FOLLETO DE EJERCICIOS RESUELTOS

FÍSICA ELECTRICIDAD Y MAGNETISMO (ACTUALIZADO 2022)

Tyrone Aurelio Villavicencio Pacheco

CAPÍTULOS:

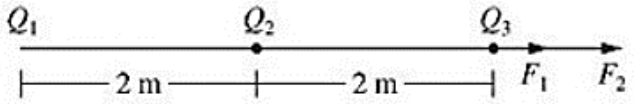
1. Cargas Eléctricas
2. Ley de Gauss
3. Potencial Eléctrico
4. Capacitancia
5. Corriente, Resistencia y Circuitos Eléctricos
6. Fuerzas Magnéticas
7. Fuentes de Campo Magnético
8. Inducción Electromagnética
9. Inductancia
10. Corriente Alterna

Descárgalo actualizado en:

+593 991310689
Tyrone Villavicencio

1. CARGAS ELÉCTRICAS

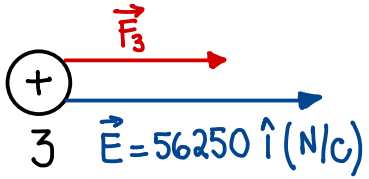
Tres cargas eléctricas de $+20\ \mu C$ son colocada a lo largo de una línea recta como se indica en la figura. Calcule el valor del campo y fuerza eléctrica neta sobre las cargas Q_2 y Q_3



$$E = K\frac{q}{r^2}$$

$$E_1 = E_2$$

$$q_{t1} = q_{t2}$$



$\vec{E}_2 = 0$ $\quad$ $\vec{F}_2 = 0$

$$\vec{E}_3 = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = K\frac{q_1}{r_1^2}\hat{\imath} + K\frac{q_2}{r_2^2}\hat{\imath}$$

$$\vec{E}_3 = Kq\left(\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2}\right)\hat{\imath} = (9\times10^9)(20\times10^{-6})\left(\frac{1}{4^2} + \frac{1}{2^2}\right)\hat{\imath}$$

$$\vec{E}_3 = 56250\,\hat{\imath}\ (N/C)$$

$$\vec{F}_3 = q\vec{E}_3 = (20\times10^{-6})(56250)\hat{\imath}$$

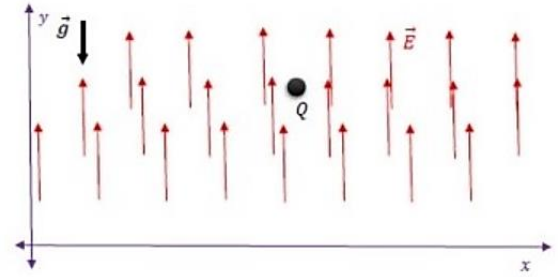
$$\vec{F}_3 = 1.125\ (N)$$

Resolución en video

Tyrone Villavicencio
+593991310689

Una gota de aceite para motos de densidad $\boldsymbol{800\ kg/m^3}$ está suspendida en reposo en el seno de un campo eléctrico de $\boldsymbol{10.5 \times 10^3\ N/C}$ dirigido como se muestra en la figura. Después de apagar el campo, la gotita de aceite cae y, utilizando la dinámica de fluidos, se determina que el radio de la gota es de $\boldsymbol{3.2 \times 10^{-6} m}$.

a) Determine la carga de la gota.
b) ¿Cuál es el signo de la carga? Explique.

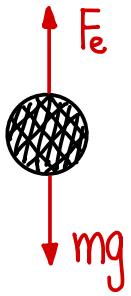


$\rho = 800\ Kg/m^3$

$\rho = \frac{m}{V} \longrightarrow m = \rho V = \rho \frac{4}{3}\pi r^3$

$m = \frac{4}{3}\pi \rho r^3$ Ec 2.

DCL:



donde: $Fe = qE$

Reposo: 1era Ley de Newton

$+\uparrow \sum F_y = 0$

$Fe - mg = 0$ Ec 1.

$qE = \frac{4}{3}\pi \rho r^3 g$ Ec 2 en Ec 1.

despejando:

$q = \frac{4\pi \rho r^3 g}{3E}$

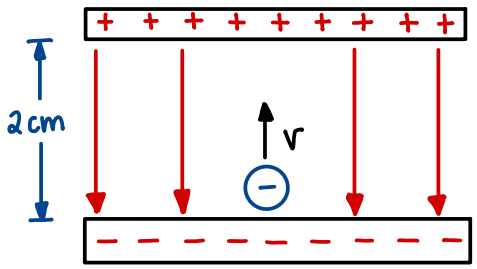
$q = \frac{4\pi (800)(3.2 \times 10^{-6})(9.8)}{3(10.5 \times 10^3)} = 1.0245 \times 10^{-16} C$

$q = +1.0245 \times 10^{-16}\ [C]$

Resolución en video

Tyrone Villavicencio
+593991310689

Un campo eléctrico uniforme existe en la región comprendida entre dos placas con cargas de signo opuestos. Las placas son colocadas en posición horizontal respecto a la superficie de la Tierra. Un electrón se suelta desde el reposo desde una posición muy cercana a la placa negativa y se observa que golpea la placa positiva (opuesta) luego de $\mathbf{1.5 \times 10^{-8} s}$ las placas se encuentran separadas una distancia de 2cm. Calcular la rapidez del electrón al impactar la segunda placa, y la magnitud del campo eléctrico E.



$t = 1.5 \times 10^{-8}\ [s]$

(a) $\Delta y = \cancel{v_0 t}^{0} + \frac{1}{2} a t^2$

$+2 \times 10^{-2} = \frac{1}{2} a (1.5 \times 10^{-8})^2$

$a = 1.7778 \times 10^{4}\ [m/s^2]$

(b) $+\uparrow \sum F_y = ma$ donde: $F_e = qE$

$F_e = ma$

$qE = ma$

$E = \frac{ma}{q} = \frac{(9.11 \times 10^{-31})(1.7778 \times 10^{14})}{(1.6 \times 10^{-19})}$

$E = 1012.2\ [N/C]$

$v = \cancel{v_0}^{0} + at$

$v = (1.7778 \times 10^{4})(1.5 \times 10^{-8})$

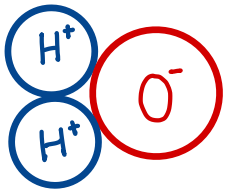
$v = 2.6667 \times 10^{6}\ [m/s]$

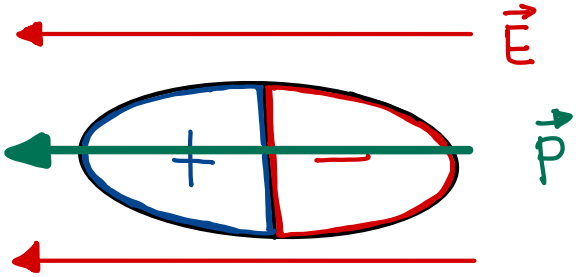
Resolución en video

Tyrone Villavicencio
+593991310689

¿Cuál es la aceleración angular máxima de una molécula de agua si se sabe que la magnitud media de su momento dipolar es de $\boldsymbol{p = 6.2 \times 10^{-30}\ Cm}$ y su momento de inercia $\boldsymbol{I = 3.04 \times 10^{-47}\ kgm^2}$, en una región de campo eléctrico $\boldsymbol{E = 1.5 \times 10^{4}\ N/C}$?

$p = 6.2 \times 10^{-30}\ [mC]$





$I = 3.04 \times 10^{-47}\ [Kg.m^2]$

$\tau_{neto} = I\alpha$

$pE = I\alpha$

$E = 1.5 \times 10^{4}\ [N/C]$

$\tau_{máx} = pE$

$$\alpha = \frac{pE}{I} = \frac{(6.2 \times 10^{-3})(1.5 \times 10^{4})}{(3.04 \times 10^{-47})}$$

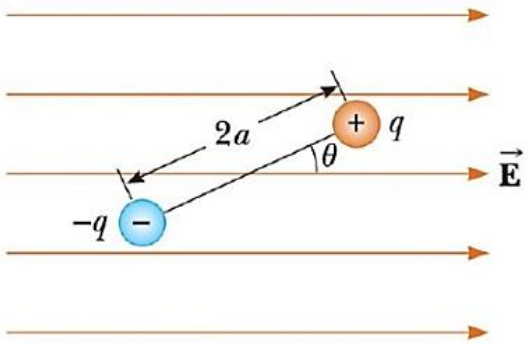
$$\alpha_{máx} = 3.06 \times 10^{21}\ [rad/s]$$

Resolución en video

Tyrone Villavicencio
+593991310689

Un dipolo eléctrico en un campo eléctrico uniforme se desplaza ligeramente de su posición de equilibrio, como se observa en la figura donde θ es pequeña. La separación entre cargas es 2a, y el momento de inercia del dipolo es I. Si el dipolo es liberado de su posición.

Encuentre una expresión para la frecuencia de oscilación del dipolo.



$$\tau_{dipolo} = pE\,\text{sen}\theta$$

$$\alpha = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$\text{sen}\theta \approx \tan\theta \approx \theta$$

$$\sum \tau = I\alpha$$

$$\tau_{neto} = I\alpha$$

$$-pE\,\text{sen}\theta = I\alpha$$

$$I\alpha + pE\theta = 0$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{pE}{I}\theta = 0$$

Ecuación diferencial:

$$\ddot{\theta} + \frac{pE}{I}\theta = 0$$

$$\theta(t) = e^{rt}, \quad \dot{\theta}(t) = re^{rt}, \quad \ddot{\theta}(t) = r^2e^{rt}$$

$$r^2e^{rt} + \frac{pE}{I}e^{rt} = 0 \rightarrow e^{rt}\left(r^2 + \frac{pE}{I}\right) = 0$$

$$r^2 + \frac{pE}{I} = 0 \rightarrow r = \pm\sqrt{\frac{pE}{I}}\,i$$

$$\theta(t) = \theta_{máx}\cos(\omega t + \phi)$$

donde: $\omega = \sqrt{\frac{pE}{I}}$

Resolución en video

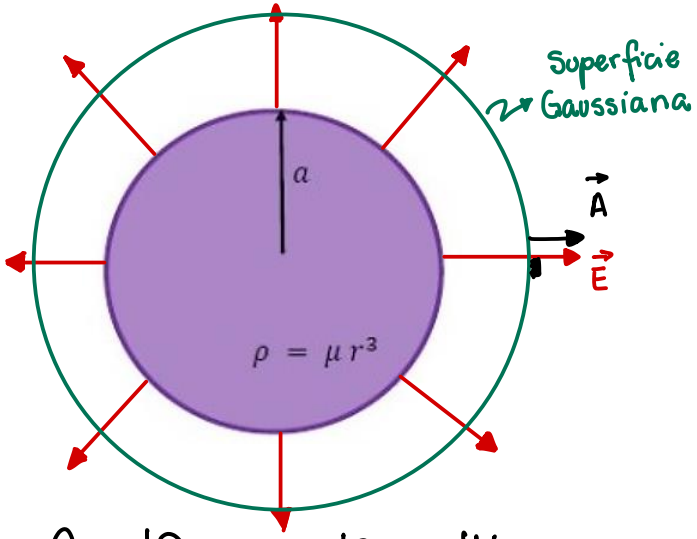
Tyrone Villavicencio
+593991310689

2. LEY DE GAUSS

Una superficie esférica de radio a, contiene en su inferior una distribución de carga no uniforme, cuya densidad es de la forma:

$$\rho = \mu r^3$$

Hallar la intensidad del campo eléctrico sobre la superficie.



$$\rho = \frac{dQ}{dV} \rightarrow dQ = \rho\, dV$$

donde: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

$$dV = 4\pi r^2 dr$$

entonces: $dQ = \mu r^3 (4\pi r^2 dr)$

$$\int_0^Q dQ = 4\pi\mu \int_0^a r^5 dr$$

$$Q = 4\pi\mu \frac{r^6}{6}\Big|_0^a \rightarrow Q = \frac{2}{3}\pi\mu a^6$$

Ley de Gauss: $\Phi_E = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$

$$\Phi_E = \oint \vec{E}.d\vec{S} = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

$$\oint E\, dS \cos\theta^{1} = \frac{2}{3}\pi\mu a^6/\varepsilon_0$$

$$E \oint dS = \frac{2}{3}\pi\mu a^6/\varepsilon_0$$

$$E\,(4\pi a^{2}) = \frac{2}{3}\pi\mu a^{6}/\varepsilon_0$$

$$E = \frac{\mu a^4}{6\varepsilon_0} //$$

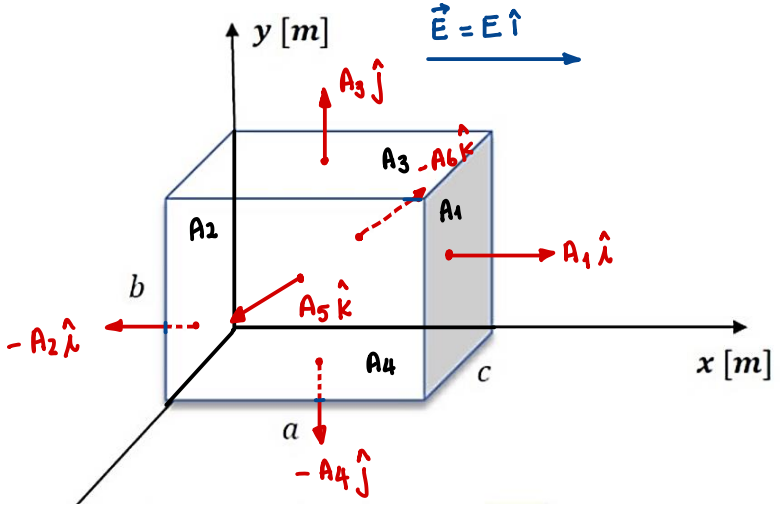
Resolución en video

Tyrone Villavicencio
+593991310689

Un paralelepípedo de dimensiones a = 0.5m, b = 0.4m, c = 0.3m (tal como se muestra en la figura) está sumergido en un campo electrostático homogéneo dado por:

$$\vec{E} = (1 + 2x + 2x^2)\hat{\imath}\ [N/C]$$

Determinar la carga encerrada en la superficie



Ley de Gauss: $\oint \vec{E}.d\vec{S} = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$

$\Phi_T = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4 + \Phi_5 + \Phi_6$

donde: $\Phi = \int \vec{E}.d\vec{A} = \int E\,dA\cos\theta$, si $\theta = 90^0 \rightarrow \cos\theta = 0$

entonces: $\Phi_3 = \Phi_4 = \Phi_5 = \Phi_6 = 0$

$$\Phi_T = \Phi_1 + \Phi_2 = \int E\,dA_1\cos\theta_1 + \int E\,dA_2\cos\theta_2 = \int E_1\,dA_1 - \int E_2\,dA_2$$

($\cos\theta_1 \rightarrow 1$, $\cos\theta_2 \rightarrow -1$)

donde: $E_1 = E(0.5) = (1 + 2(0.5) + 2(0.5)^2) = 2.5\ [N/C]$

$E_2 = E(0) = (1 + 2(0) + 2(0)^2) = 1\ [N/C]$

$$\Phi_T = E_1\int dA_1 - E_2\int dA_2 = E_1A_1 - E_2A_2 = A(E_1 - E_2)$$

$$\Phi_T = (0.4)(0.3)(2.5 - 1) = 0.18\ Nm^2/C$$

$$\Phi_T = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

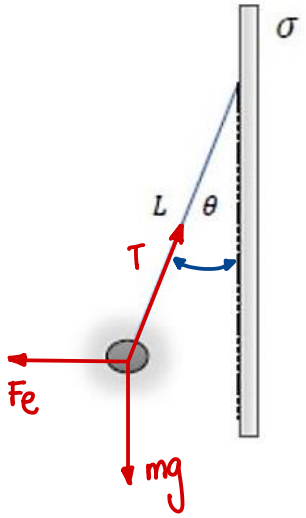
$$0.18\,\varepsilon_0 = Q_{enc}$$

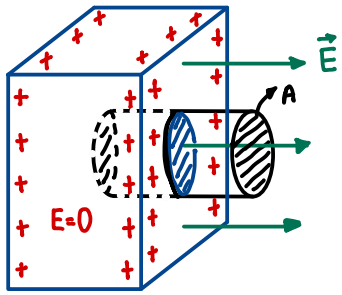
$$Q_{enc} = 1.6 \times 10^{-12}\,C = 1.6\,pC$$

Resolución en video

Tyrone Villavicencio
+593991310689

Una esfera conductora pequeña de la masa **0.001 *g*** está suspendida de una cuerda aislante a una placa conductora grande en posición vertical, como se muestra en la figura. Cuando la placa lleva una carga eléctrica de densidad superficial $\boldsymbol{\sigma = 5 \times 10^{-6}[C/m^2]}$, la esfera es rechazada de la superficie y el hilo queda formando un ángulo de **30°** con la vertical. ¿Cuál es la carga que ha pasado a la bola?





Ley de Gauss: $\Phi_E = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$

$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$

$E \oint dS \cos\theta = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0}$ (1)

$EA = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0} \rightarrow E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

$\pm \sum F_x = 0$

$T\operatorname{sen}\theta - Fe = 0$

$T\operatorname{sen}30° - qE = 0$

$\sum F_y = 0$

$T\cos\theta - mg = 0$

$T\cos 30° - mg = 0$

$$\begin{cases} \operatorname{sen}30°\, T - \frac{5\times10^{-6}}{\varepsilon_0} q = 0 \\ \cos 30°\, T + 0 = (0.001 \times 10^{-3})(9.8) \end{cases}$$

$T = 1.133 \times 10^{-5}[N]$

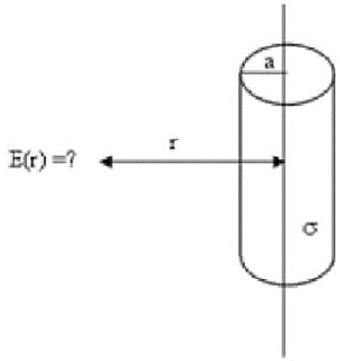
$q = 1.003 \times 10^{-11}[C]$

Resolución en video

Tyrone Villavicencio
+593991310689

Un alambre conductor infinitamente largo de radio $\boldsymbol{a}$ tiene una densidad superficial de carga $\boldsymbol{\sigma}$ (carga/unidad de área).

¿Cuál es la magnitud del campo eléctrico, E(r), fuera del alambre a una distancia radial $\boldsymbol{r}$ medida desde el centro del alambre?



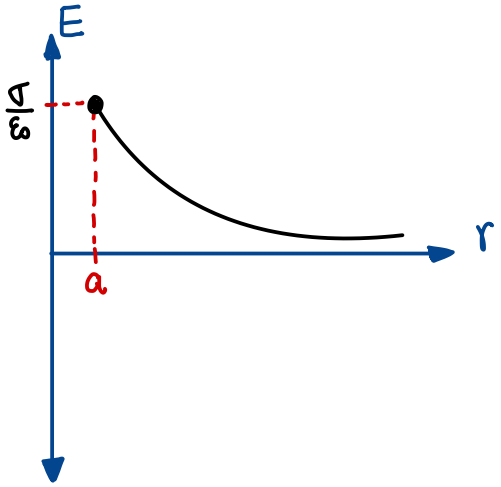
Ley de Gauss: $\Phi_E = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$

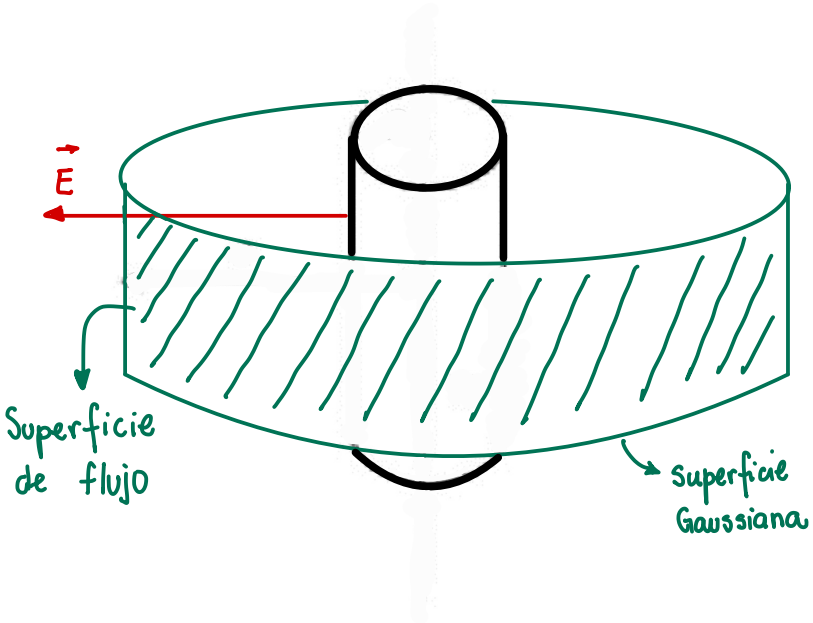
$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

$$E \oint dS \cos\theta \;(\cos\theta = 1) = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0}$$

$$E(2\pi r h) = \frac{\sigma(2\pi a h)}{\varepsilon_0}$$

$$E(r) = \frac{a\sigma}{\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r}, \quad r > a$$

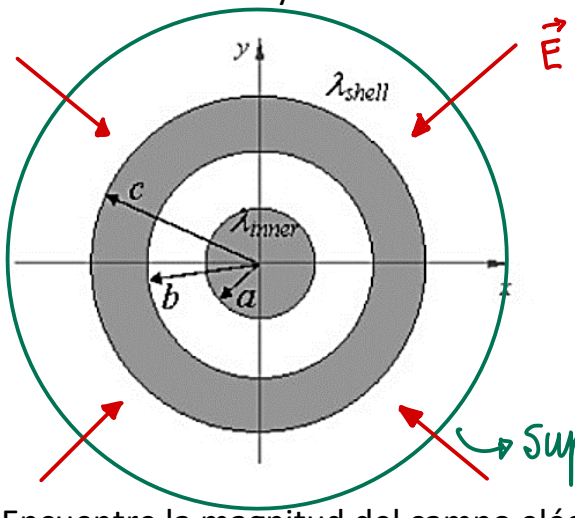




Resolución en video

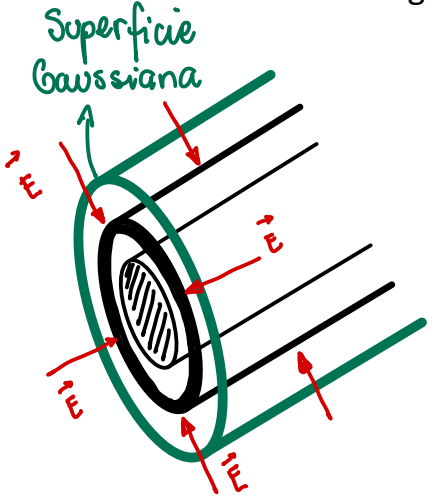
Tyrone Villavicencio
+593991310689

Un cilindro sólido metálico e infinitamente largo de radio $a = 1.5\ cm$ tiene su eje en el origen. Este cilindro interior tiene una densidad de carga $\lambda_{inner} = -5\ nC/cm$. Concéntrico al cilindro se tiene un cascarón cilíndrico conductor de radio interior $b = 3\ cm$ y de radio exterior $c = 4.5\ cm$. El cascarón cilíndrico tiene una densidad total de carga $\lambda_{shell} = +2\ nC/cm$



$a = 1.5$ cm
$b = 3.0$ cm
$c = 4.5$ cm
$\lambda_{inner} = -5$ nC/cm
$\lambda_{shell} = +2$ nC/cm

Superfie Gaussiana



$\lambda = \frac{Q}{L}$

$Q = \lambda L$

$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2$

Encuentre la magnitud del campo eléctrico |E| a una distancia radial de 8 cm medida desde el origen.

Ley de Gauss: $\Phi_E = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$

$$\lambda = -5\frac{nC}{cm} + 2\frac{nC}{cm} = -3\frac{nC}{cm} \times \frac{100cm}{1m} \times \frac{1x10^{-9}C}{1nC} = -3x10^{-7}\left[\frac{C}{m}\right]$$

$$\Phi_E = \oint \vec{E}.d\vec{S} = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

$$E \oint dS \cos\theta = \frac{\lambda L}{\varepsilon_0}$$

$$E(r)(2\pi r L) = \frac{\lambda L}{\varepsilon_0}$$

$$E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r}$$

$$E(8\ cm) = \frac{3x10^{-7}}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{8x10^{-2}} = 67500\ [N/C]$$

$E = 67500[N/C]$ //

Resolución en video

Tyrone Villavicencio
+593991310689

3. POTENCIAL ELÉCTRICO

El potencial eléctrico en una región del espacio varía como:

$$V(x,y,z) = ay + (b^2 + x^2) - z$$

Determine el campo eléctrico en un punto cualesquiera del espacio, sabiendo que $a, b \in R$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}.V = -\left[\frac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}\right].V(x,y,z) = -\left[\frac{\partial V}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial V}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial V}{\partial z}\hat{k}\right]$$

$$\frac{\partial V}{\partial x} = 2x \qquad \frac{\partial V}{\partial y} = a \qquad \frac{\partial V}{\partial z} = -1$$

$$\vec{E} = -\left[(2x)\hat{i} + a\hat{j} - 1\hat{k}\right]$$

$$\vec{E} = -2x\hat{i} - a\hat{j} + \hat{k}$$

Resolución en video

Tyrone Villavicencio
+593991310689

Se tiene una distribución de carga esférica, cuyo potencial eléctrico es dependiente del radio r, donde r es el centro de la distribución de la carga

$$V(r) = \frac{b}{2\epsilon_0}\left(3b^2 + 8\left(\frac{r}{b}\right)^2 - 4\left(\frac{r}{b}\right)^4\right), \text{ para } r \leq b, \text{ y es cero para } r > b.$$

Calcule el campo y el flujo eléctrico para $r \leq b$.

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}.V \quad \text{ó} \quad \vec{E} = -\frac{\partial V}{\partial r}\hat{r}$$

$$\frac{\partial V}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{b}{2\varepsilon_0}\left(3b^2 + 8\left(\frac{r}{b}\right)^2 - 4\left(\frac{r}{b}\right)^4\right)\right] = \frac{b}{2\varepsilon_0}\left[16\left(\frac{r}{b}\right)\cdot\frac{1}{b} - 16\left(\frac{r}{b}\right)^3\cdot\frac{1}{b}\right]$$

$$\frac{\partial V}{\partial r} = \frac{8}{b\varepsilon_0}\left(r - \frac{r^3}{b^2}\right) \rightarrow \vec{E} = \frac{8}{b\varepsilon_0}\left(\frac{r^3}{b^2} - r\right)\hat{r}, \quad r \leq b$$

$A = 4\pi r^2$, Área de una esfera $\rightarrow dA = 8\pi r\, dr$

Flujo: $\phi_E = \int \vec{E}.d\vec{S} = \int E\, dA \cos\theta^{1} = \int E\, dA$

$$\phi = \int_0^r \frac{8}{b\varepsilon_0}\left(\frac{r^3}{b^2} - r\right)(8\pi r\, dr) = \frac{64\pi}{b\varepsilon_0}\int_0^r \frac{r^4}{b^2} - r^2\, dr = \frac{64\pi}{b\varepsilon_0}\left[\frac{r^5}{5b^2} - \frac{r^3}{3}\right]_0^r$$

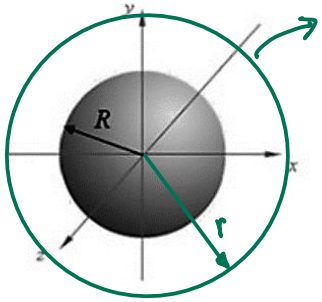
$$\phi(r) = \frac{64\pi}{b\varepsilon_0}\left[\frac{r^5}{5b^2} - \frac{r^3}{3}\right], \quad r \leq b$$

Resolución en video

Tyrone Villavicencio
+593991310689

Una esfera dieléctrica sólida tiene un radio $R = 2.5\ cm$, y tiene una carga positiva de valor $8.0 \times 10^{-10} C$ uniformemente distribuida en su volumen.

Si definimos el potencial eléctrico V como cero en la superficie de la esfera, ¿cuál es el valor del potencial eléctrico a una distancia $r = 5.0\ cm$ medida desde el origen?



Superficie Gaussiana (ESFERA)

$R = 2.5$ cm
$Q = 8\times10^{-10}$ C

Ley de Gauss: $\Phi_E = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$

$\Phi_E = \oint \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$

$E\oint dS \cos\theta^{-1} = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$

$E(4\pi r^2) = \frac{Q}{\varepsilon_0} \rightarrow E(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}$

Diferencia de potencial: $\Delta V = -\int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{l}$

$V - V_0^{0} = -\int_R^r \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\right) dr \cos\theta^{1}$

$V(r) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(-\frac{Q}{r}\right)\Big|_R^r = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right)$

$V(5\times10^{-2}) = \frac{8\times10^{-10}}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{5\times10^{-2}} - \frac{1}{2.5\times10^{-2}}\right)$

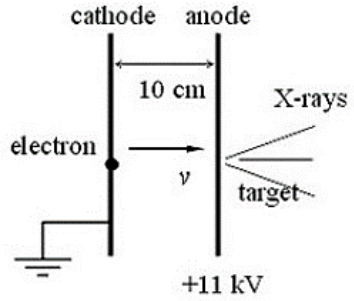
$V(5\times10^{-2}) = -144\ V$ //

Resolución en video

Tyrone Villavicencio
+593991310689

El tubo de rayos X que se muestra a la derecha se utiliza para acelerar los electrones que golean un objetivo y producir rayos X. El dispositivo consta de dos placas metálicas paralelas de área muy grande separadas por un espacio de 10 cm. La placa de la izquierda ("cátodo") está conectado a tierra, mientras que la placa de la derecha ("ánodo") se establece en un potencial de +11 kV. Los electrones se producen (en reposo) en la placa de cátodo. Aceleran a través de la brecha, y golpean el área objetivo donde se ralentizan rápidamente y producen rayos X.

Calcular la velocidad final *v* alcanzada por los electrones al impactar el ánodo. La masa del electrón es $m = 9{,}1 \times 10^{-31}\ kg$ y magnitud de la carga es $q = 1{,}6 \times 10^{-19}\ C$.



$$\Delta V = \frac{W}{q} \longrightarrow W = q\,\Delta V$$

además: $W = \Delta K = K_f - K_0$

$$q\,\Delta V = K_f - \cancel{K_0}^{\,0}$$

$$q\,\Delta V = \frac{1}{2} m v^2$$

entonces:

$$v^2 = \frac{2q\Delta V}{m}$$

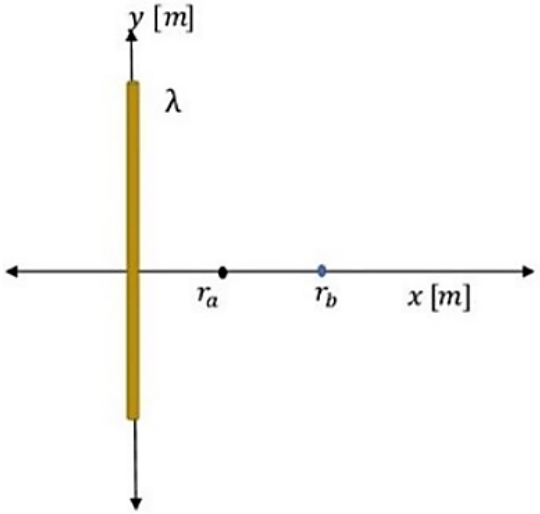
$$v^2 = \frac{2\left(1.6\times10^{-19}\right)\left(11\times10^{3}\right)}{\left(9.1\times10^{-31}\right)}$$

$$v = 6.22\times10^{7}\,[m/s]$$

Resolución en video

Tyrone Villavicencio
+593991310689

Calcule la diferencia de potencial entre dos puntos que están a distancias r_a y r_b de una vara recta conductora muy larga y con una densidad de carga lineal λ.



Diferencia de potencial: $\Delta V = -\int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{l}$

$$\Delta V = -\int_{r_a}^{r_b} \left(\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{r}\right) dr \cos\theta^{1}$$

$$\Delta V = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\int_{r_b}^{r_a}\frac{dr}{r} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\left(\frac{r_a}{r_b}\right)$$

$$\Delta V = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\left(\frac{r_a}{r_b}\right) //$$

Ley de Gauss: $\phi_E = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$

$$\phi_E = \oint \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

$$E\oint dS\cos\theta^{-1} = \frac{\lambda L}{\varepsilon_0}$$

$$E(r)(2\pi r L) = \frac{\lambda L}{\varepsilon_0}$$

$$E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{r}$$

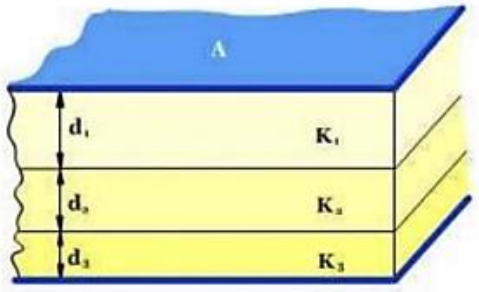
Resolución en video

Tyrone Villavicencio
+593991310689

4. CAPACITANCIA

Un condensador de placas paralelas de área A se llena con tres materiales dieléctricos de constantes k_1, k_2, k_3 y de espesores d_1, d_2, d_3, como se muestra en la figura.

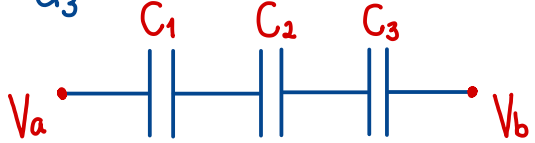
a) Dibuje el circuito esquemático de la configuración de capacitores que resultaría de la imagen, describa en que configuración están y saque el capacitor equivalente.
b) Calcule la energía total contenida en él.
c) Calcule la energía del campo eléctrico en cada uno de los tres materiales dieléctricos.
d) Si la configuración fuera contraria a la inicial que encontró en el literal a, la energía aumentaría, disminuiría o se mantendría. También mencione cuál es esa configuración.



a) $C = K\varepsilon_0 \frac{A}{d}$, en serie: $\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{C_i}\right)$

$$C_{eq}^{-1} = \frac{1}{K_1\varepsilon_0\frac{A_1}{d_1}} + \frac{1}{K_2\varepsilon_0\frac{A_2}{d_2}} + \frac{1}{K_3\varepsilon_0\frac{A_3}{d_3}}, \quad \text{donde: } A = A_1 = A_2 = A_3$$

$$C_{eq} = \frac{\varepsilon_0 A}{\left(\frac{d_1}{K_1} + \frac{d_2}{K_2} + \frac{d_3}{K_3}\right)}$$



$$Q = Q_1 = Q_2 = Q_3$$

donde: $C = \frac{Q}{V} \rightarrow Q = C_{eq} \cdot V_{ab}$

b) Energía: $U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$

$$U = \frac{1}{2}\frac{\left(\frac{d_1}{K_1} + \frac{d_2}{K_2} + \frac{d_3}{K_3}\right)}{\varepsilon_0 A} Q^2$$

c) $U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$ y $C = K\varepsilon_0\frac{A}{d}$

$$U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{\frac{K\varepsilon_0 A}{d}} = \frac{dQ^2}{2K\varepsilon_0 A}$$

$$U_1 = \frac{d_1 Q^2}{2K_1\varepsilon_0 A}, \quad U_2 = \frac{d_2 Q^2}{2K_2\varepsilon_0 A}, \quad U_3 = \frac{d_3 Q^2}{2K_3\varepsilon_0 A}$$

d) $C_{serie} < C_{paralelo}$

$U = \frac{1}{2}CV^2$

$U_{serie} < U_{paralelo}$

Resolución en video

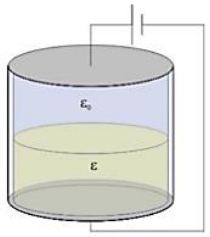
Tyrone Villavicencio
+593991310689

Un recipiente cilíndrico de altura a, con bases conductoras S, y paredes perfectamente dieléctricas, de espesor despreciable. El interior se llena hasta la mitad con un líquido dieléctrico y permitividad **ε** El resto se deja vacío. Inicialmente el recipiente se carga hasta que la diferencia de potencial entre las placas es V_0. Acto seguido se abre el circuito y, sin descargar las placas, el recipiente es girado 90° alrededor de un eje horizontal.

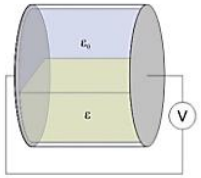
a) ¿Cuál es la capacitancia equivalente de la posición inicial?
b) ¿Cuál es la capacitancia equivalente de la posición final?
c) ¿Cuál es el potencial en cada placa para en la posición final?
d) ¿Cómo varía la energía almacenada?

Nota: Desprecie los efectos de borde y la influencia de las paredes.

Inicial



Final



a) $C_{eq} = \left[\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right]^{-1} \rightarrow C = \varepsilon \frac{S}{a/2} = \frac{2\varepsilon S}{a}$

$C_{eq} = \left[\frac{a}{2\varepsilon_0 S} + \frac{a}{2\varepsilon S}\right]^{-1} \rightarrow C_{eq} = \frac{2S}{a}\left(\frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{\varepsilon_0 + \varepsilon}\right)$

b) $C_{eq} = C_1 + C_2 \rightarrow C = \varepsilon \frac{(S/2)}{a}$

$C_{eq} = \varepsilon_0 \frac{(S/2)}{a} + \varepsilon \frac{(S/2)}{a} \rightarrow C_{eq} = \frac{S}{2a}(\varepsilon + \varepsilon_0)$

c) $C_{eq_1} = \frac{Q}{V_0} \rightarrow Q = V_0 C_{eq}$

$Q = V_0 \frac{2S}{a}\left(\frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{\varepsilon_0 + \varepsilon}\right)$

para C_2: $C_2 = \frac{Q}{V_2}$

$\frac{S}{2a}(\varepsilon + \varepsilon_0)V_2 = V_0 \frac{2S}{a}\left(\frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{\varepsilon_0 + \varepsilon}\right)$

$V_2 = \frac{4\varepsilon_0 \varepsilon}{(\varepsilon + \varepsilon_0)^2} V_0$

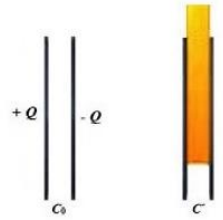
d) $\Delta U = U_{2'} - U_{1'}$

$\Delta U = \frac{1}{2} V_0^2 \left(\frac{2S}{a}\left(\frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{\varepsilon_0 + \varepsilon}\right) - \frac{S}{2a}(\varepsilon + \varepsilon_0)\left(\frac{4\varepsilon_0 \varepsilon}{(\varepsilon + \varepsilon_0)^2}\right)^2 \right)$ //

Resolución en video

Tyrone Villavicencio
+593991310689

Las placas paralelas de un capacitor miden $L = 10.0\ cm$ por lado y están separadas por una distancia $d = 2.5\ mm$, como se muestra en la figura. El capacitor se carga por medio de una batería con una diferencia de potencial $V_0 = 75\ V$ y se mantiene conectada. Luego se inserta una placa de plexiglás $k = 3.4$ de modo que ocupa 2/3 del volumen entre las placas, como se ilustra en la figura. Determine la *variación en la energía almacenada por el capacitor.*



sin dieléctrico

$$C_0 = \varepsilon_0 \frac{A}{d} = \frac{\varepsilon_0 (0.01)}{2.5\times10^{-3}} = 3.54\times10^{-11}\,[F]$$

con dieléctrico:

$$C = C_1 + C_2 = \frac{\varepsilon_0}{d}(KA_1 + A_2)$$

$$C = \frac{\varepsilon_0 (0.01)}{2.5\times10^{-3}}\left(3.4(2/3) + 1/3\right) = 9.21\times10^{-11}\,[F]$$

Energía: $U = \frac{1}{2}CV^2$

$$U_0 = \frac{1}{2}(3.54\times10^{-11})(75)^2 = 9.956\times10^{-8}\,[J]$$

$$U = \frac{1}{2}(9.21\times10^{-11})(75)^2 = 2.590\times10^{-7}\,[J]$$

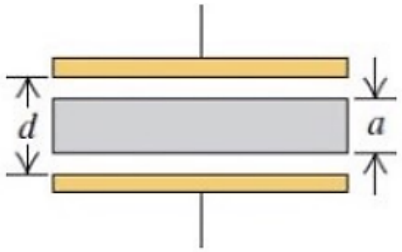
$$\Delta U = 2.590\times10^{-7} - 9.956\times10^{-8} = +1.5944\times10^{-7}\,[J]$$

$$\boxed{\Delta U = +1.5944\times10^{-7}\,[J]}$$

Resolución en video

Tyrone Villavicencio
+593991310689

Un capacitor de aire de placas paralelas tiene un área *A* de placa y separadas por una distancia *d*. Luego se introduce una lámina metálica de espesor $a < d$ entre las placas sin tocarlas. La lámina metálica tiene la misma forma y tamaño que las placas paralelas del capacitor. ¿Cuál es la capacitancia de este arreglo si la lámina metálica está ubicada de manera simétrica con respecto a las placas?



$C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$, $a + x + y = d$

$C_{eq} = \left[\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right]^{-1}$

$C_1 = \varepsilon_0 \frac{A}{x}$ $\quad C_2 = \varepsilon_0 \frac{A}{y}$

$C_{eq} = \left(\frac{x}{\varepsilon_0 A} + \frac{y}{\varepsilon_0 A}\right)^{-1}$

$C_{eq} = \frac{\varepsilon_0 A}{x + y} = \frac{\varepsilon_0 A}{d - a}$

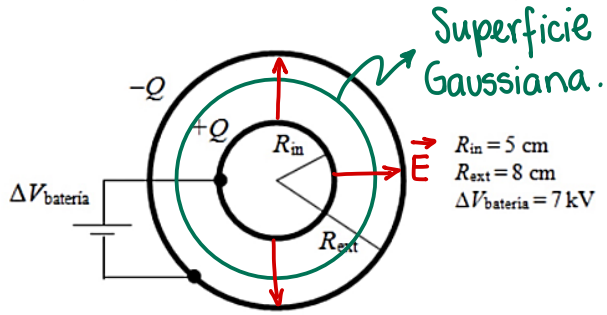
¡La capacitancia siempre es la misma, sin importar la posición de la placa intermedia!

$C_{eq} = \frac{\varepsilon_0 A}{d - a}$

Resolución en video

Tyrone Villavicencio
+593991310689

Un capacitor cilíndrico es construido de cascarones cilíndricos concéntricos, de radios R_{in} y R_{ext} respectivamente y longitud L (desconocida). El espacio entre las placas está lleno con un material aislante de constante dieléctrica $k = 5$. Una batería se conecta a los dos cascarones como se indica en la figura, estableciéndose una diferencia de potencial $\Delta V_{bateria}$ entre ellos. Como resultado de esto, cargas iguales y opuestas +Q y -Q de valor $50\ \mu C$ aparecen sobre los cascarones. Determine la longitud que debería tener el capacitor.



Ley de Gauss: $\oint \vec{E}.d\vec{S} = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$

$E \int dS \cos\theta = \frac{Q}{\varepsilon_0}$ ($\cos\theta \to 1$)

$E(2\pi r L) = \frac{Q}{\varepsilon_0}$

$E = \frac{Q}{2\pi r L \varepsilon_0}$

Diferencia de potencial: $V_{ab} = -\int_a^b \vec{E}.d\vec{l}$

$V_{ab} = -\int_{R_{in}}^{R_{ext}} \left(\frac{Q}{2\pi r L \varepsilon_0}\right) dr \cos\theta = \frac{Q}{2\pi L \varepsilon_0} \ln\left[\frac{R_{in}}{R_{ext}}\right]$ ($\cos\theta \to 1$)

Capacitancia:

$C = \frac{Q}{V_{ab}} = \frac{Q}{\frac{Q}{2\pi L \varepsilon_0} \ln\left[\frac{R_{in}}{R_{ext}}\right]} \to C = \frac{K 2\pi L \varepsilon_0}{\ln(R_{in}/R_{ext})}$ (K: Dieléctrico)

entonces: $C = \frac{Q}{V} \to \frac{K 2\pi L \varepsilon_0}{\ln(R_{in}/R_{ext})} = \frac{Q}{V}$

$\frac{(5) 2\pi L \varepsilon_0}{\ln[8/5]} = \frac{50 \times 10^{-6}}{7 \times 10^3}$

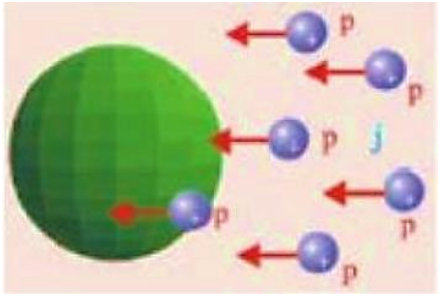
$L = 12.1\ [m]$

Resolución en video

Tyrone Villavicencio
+593991310689

5. CORRIENTE, RESISTENCIA Y CIRCUITOS ELÉCTRICOS

Un haz de protones usados en terapia, con una densidad de corriente $\boldsymbol{J = 1\mu A/cm^2}$ se dirige hacia una esfera metálica de radio 10cm. Determine en que tiempo la esfera se carga hasta un potencial de 220 V desprecia la acción del campo de la esfera sobre el haz.



$$J = 1\,\frac{\mu A}{cm^2} \times \left(\frac{100cm}{1m}\right)^2 \times \frac{10^{-6}A}{1\mu A} = 1\times10^{-2}\left[\frac{A}{m^2}\right]$$

$$V = K\frac{Q}{R} \quad , \quad J = \frac{dI}{dA} \quad , \quad I = \frac{dQ}{dt}$$

$$I = JA \quad y \quad Q = It$$

$$V = \frac{KJAt}{R} \rightarrow t = \frac{VR}{KJA} = \frac{VR}{KJ\pi R^2}$$

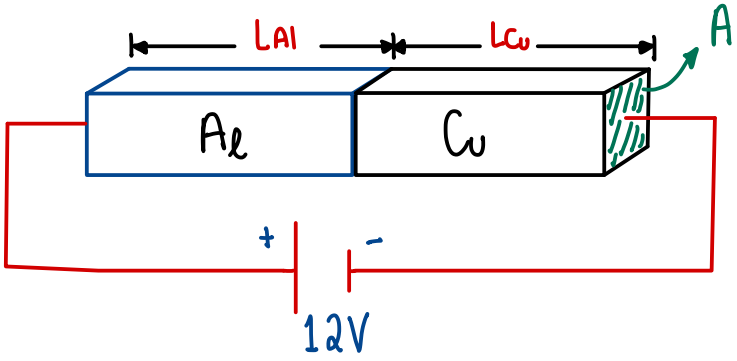
$$t = \frac{220}{(9\times10^9)(1\times10^{-2})\pi(0.1)} = 7.781\times10^{-6}[s]$$

$$t = 7.781\times10^{-6}[s]$$

Resolución en video

Tyrone Villavicencio
+593991310689

Se tiene una barra de sección transversal cuadrada de 1mm de lado, construida por dos materiales, cobre ($\boldsymbol{\rho = 1.72 \times 10^{-8} \Omega m}$) y aluminio ($\boldsymbol{\rho = 2.75 \times 10^{-8} \Omega m}$). Si se somete la barra a 12 V y se desea que circule una corriente máxima de 300.0 A, ¿Cuál debe ser la longitud mínima total de la barra para que pueda disipar toda la potencia, si se sabe que la parte de cobre tiene una longitud de 80 cm?



Ley de Ohm: $V = IR$ Ec 1.

Resistencia: $R = \rho \frac{L}{A}$ Ec 2.

Resistores en serie: $R_{eq} = R_{AL} + R_{Cu}$

Ec 1: $12 = 300(R_{AL} + R_{Cu})$

área: $A = a^2 = (1 \times 10^{-3})^2 = 1 \times 10^{-6}\ [m^2]$

Ec 2: $R_{AL} = \frac{(2.75 \times 10^{-8}) L_{Al}}{(1 \times 10^{-6})}$ $R_{Cu} = \frac{(1.72 \times 10^{-8})(0.8)}{(1 \times 10^{-6})}$

Ec2 en Ec 1: $0.04 = 0.0275\, L_{Al} + 0.01376$

$L_{Al} = 0.90843[m]$

$L = L_{AL} + L_{Cu} = 0.90843 + 0.8 \approx 1.71\,[m]$

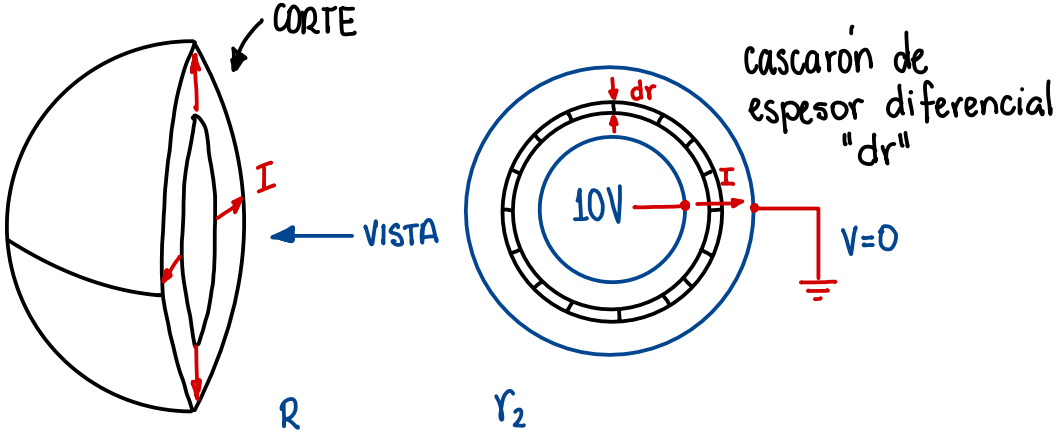
$L = 1.71\,[m]$

Resolución en video

Tyrone Villavicencio
+593991310689

Un cascarón esférico conductor de radio menor $r_1 = 2cm$ y radio mayor $r_2 = 4cm$, está lleno de un material conductor. Si al cascarón se lo somete a una diferencia de potencial 10 V, ¿Cuál debe ser la resistividad del material entre las placas para que circule una corriente máxima de 10 mA?

Nota: Encuentre la resistencia total dividiendo el conductor en pequeños cascarones de radios r y espesor dr, luego integre.



Área de flujo: $A = 4\pi r^2$

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

$$dR = \rho \frac{dr}{A}$$

Ley de Ohm: $V = IR$

entonces: $\int_0^R dR = \rho \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{4\pi r^2}$

$$R = \frac{\rho}{4\pi}\left(-\frac{1}{r}\right)_{r_1}^{r_2} = \frac{\rho}{4\pi}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

Ley de Ohm: $4\pi V = I\rho\left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right]$

$$4\pi(10) = (10\times10^{-3})\rho\left[\frac{1}{2\times10^{-2}} - \frac{1}{4\times10^{-2}}\right]$$

$$\rho = 502.65\ [\Omega\ m]$$

Resolución en video

Tyrone Villavicencio
+593991310689

¿Cómo debe variar la temperatura de un alambre de cobre, con coeficiente de temperatura de la resistividad $\alpha = 0.00393° \, C^{-1}$ si inicialmente está a 298 Kelvin y se desea aumentar su resistencia en un 20%?

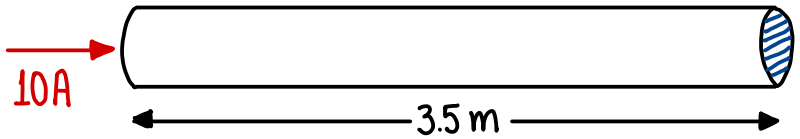
$$R(T) = R_o \left[1 + \alpha (T - T_o)\right]$$

$$R = \frac{(100+20)}{100} R_o$$

$$1.2 \cancel{R_o} = \cancel{R_o} \left[1 + 0.00393 \Delta T\right]$$

$$\Delta T = 50.89 \, °C$$

Un cable de extensión está formado por dos cables de plomo de 0.129 cm de diámetro, 3.5 m de longitud, de resistividad $\boldsymbol{\rho = 22 \times 10^{-8} \Omega m}$ y que está conectado a una ducha eléctrica que extrae 10.0 A de una línea de 120 V. ¿Cuál es la potencia disipada en el cable?



$$A = \frac{\pi}{4} d^2 = \frac{\pi}{4} (0.129 \times 10^{-2})^2 = 1.307 \times 10^{-6} [m^2]$$

NOTA: SON DOS ALAMBRES, 1 de ida y 1 de retorno. $L_{TOTAL} = 2(3.5) = 7 [m]$

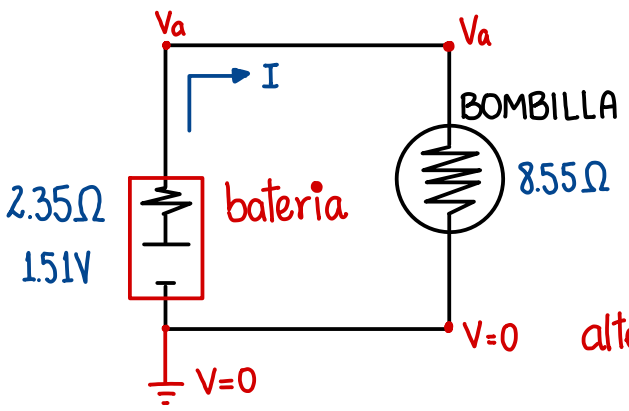
$$R = \rho \frac{L}{A} = \frac{(22 \times 10^{-8})(7)}{1.307 \times 10^{-6}} = 1.1783 [\Omega]$$

$$P_{cable} = I^2 R = (10)^2 (1.1783) = 117.83 \, [W]$$

Resolución en video

Tyrone Villavicencio
+593991310689

Una batería de 1,51 V tiene una resistencia interna de 2,35 Ω. La batería alimenta una bombilla cuyo filamento, cuando está encendido, tiene una resistencia de 8,55 Ω. Calcule la diferencia de potencial en los terminales de la batería con la bombilla conectada.



Ley de Ohm: $V = IR$

$1.51 = I(\overbrace{8.55}^{R} + \overbrace{2.35}^{r})$

$I = 0.1385\,[A]$

alternativa 1: $V_r = (0.1385)(2.35) = 0.32555\,[V]$

$V_{Real} = V_{ideal} - V_r = 1.51 - 0.3256 = 1.1844\,[V]$

alternativa 2: $V_a = (0.1385)(8.55) = 1.1844\,[V]$

Se desea usar un alambre de cobre de resistividad $\mathbf{1.68 \times 10^{-8} \Omega m}$ y 1.5 mm de diámetro para encender una bombilla aplicando una diferencia de potencial de 24 V que produce una corriente de 1.5 A, ¿Cuál debería ser la longitud del cable?

Ley de Ohm: $V = IR$

Resistencia: $R = \rho \frac{L}{A}$

$A = \frac{\pi}{4} d^2$

reemplazando: $V = I \rho \frac{L}{A}$

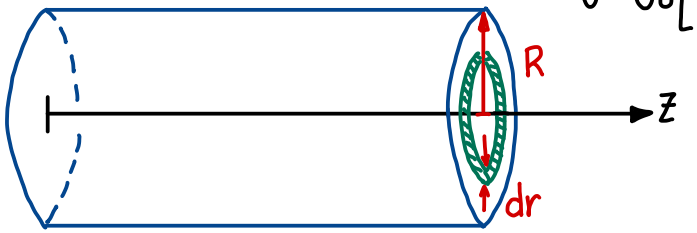
$24 = \frac{(1.5)(1.68 \times 10^{-8})(4)L}{\pi (1.5 \times 10^{-3})^2}$

$L = 1683\,[m]$

Resolución en video

Tyrone Villavicencio
+593991310689

Los protones que emergen desde un acelerador de partículas conforman un haz con simetría cilíndrica de radio R = 1.0 mm. La corriente asociada a este flujo de carga es de 3.0 mA. La densidad de corriente del haz tiene dependencia radial y está dada por $\vec{J}(r) = J_0\left(1 - \frac{r}{R}\right)\hat{z}$ donde el eje del cilindro está en la dirección del eje z. ¿Cuál es aproximadamente la densidad de referencia J_0?



$\vec{J} = J_0[1 - 1000r] \rightarrow I = 3\,[mA]$

$dA = 2\pi r\,dr$

Distribuciones no Uniformes: $J = \frac{dI}{dA}$

reemplazando: $J_0(1 - 1000r) = \frac{dI}{2\pi r\,dr}$

$$\int_0^R J_0(1 - 1000r)\,2\pi r\,dr = \int_0^I dI$$

$$2\pi J_0\left[\frac{r^2}{2} - 1000\frac{r^3}{3}\right]_0^R = I$$

$$2\pi J_0\left[\frac{R^2}{2} - 1000\frac{R^3}{3}\right] = I$$

· Evaluando:

$$2\pi J_0\left[\frac{1}{2}(1\times10^{-3})^2 - \frac{1000}{3}(1\times10^{-3})^3\right] = 3\times10^{-3}$$

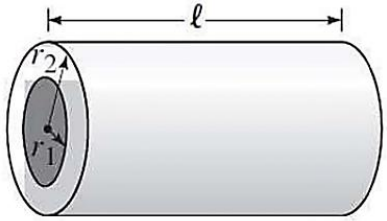
$J_0 = 2864.8\,[A/m^2]$

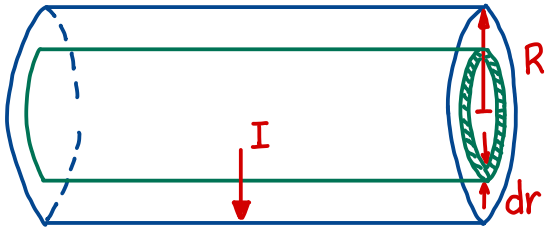
Resolución en video

Tyrone Villavicencio
+593991310689

Considere un resistor cilíndrico hueco con radio interior r_1, radio exterior r_2 y longitud L fabricado de un material de resistividad ρ.

a. Encuentre una expresión para la resistencia del elemento, si la corriente fluye radialmente hacia fuera.
b. Evalúe la resistencia R para el caso de un resistor hecho de carbón con radio interior de 1.0 mm, radio exterior de 1.8 mm y longitud de 2.4 cm. ($\boldsymbol{\rho = 15 \times 10^{-5} \Omega m}$)
c. ¿Cuál es la resistencia en el inciso b) cuando la corriente fluye paralela al eje del cilindro?





$d\ell = dr$

área de flujo:

$A = 2\pi r L$

$$R = \rho \frac{L}{A} \rightarrow dR = \rho \frac{dr}{A}$$

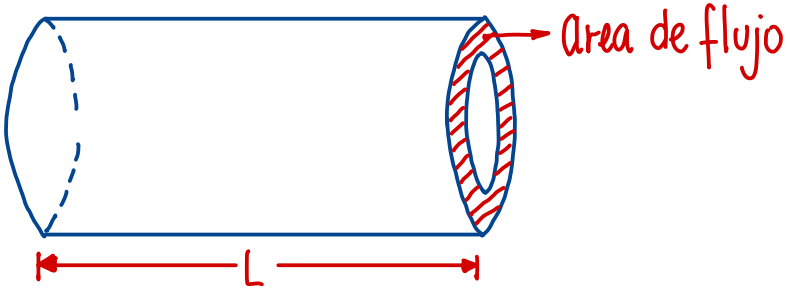
$$\int_0^R dR = \rho \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{2\pi r L}$$

$$R = \frac{\rho}{2\pi L} \ln(r_2/r_1)$$

(b) $$R = \frac{(15\times10^{-5})}{2\pi(2.4\times10^{-2})} \ln\left(\frac{1.8}{1}\right)$$

$$R = 5.85 \times 10^{-4}\,[\Omega]$$

(c)



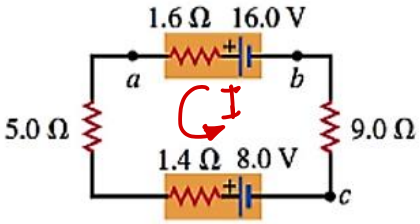
$$R = \rho \frac{L}{\pi(r_{ext}^2 - r_{in}^2)} = \frac{(15\times10^{-5})(2.4\times10^{-2})}{\pi(1.8^2 - 1^2)\times10^{-6}} = 0.51\,\Omega$$

Resolución en video

Tyrone Villavicencio
+593991310689

Considere el circuito de la figura.

a. ¿Cuál es la rapidez total a la que se disipa la energía eléctrica en los resistores de 5.00 Ω y 9.00 Ω?
b. ¿Cuál es la potencia de salida de la batería de 16.0 V?
c. Demuestre que la potencia de salida de la batería de 16.0 V es igual a la tasa total de disipación de energía eléctrica en el resto del circuito.



Ley de Mallas:

$+16 - 1.6I - 5I - 1.4I - 8 - 9I = 0$

$I = 0.4706\,[A]$

a) $P_{5\Omega} = I^2R = (0.4706)^2(5) = 1.1073\,[W]$

$P_{9\Omega} = (0.4706)^2(9) = 1.9931\,[W]$

b) $P_{16V} = VI = (16)(0.4706) = 7.53\,[W]$

c) $R_T = 1.6 + 5 + 1.4 + 9 = 17\,\Omega$

$P_R = I^2R_T = (0.4706)^2(17) = 3.7649\,[W]$

$P_{8V} = VI = (8)(0.4706) = 3.7649\,[W]$

$P_{consumida} = 3.7649 + 3.7649 = 7.53\,[W]$

$P_{entregada} = 7.53\,[W]$

Resolución en video

Tyrone Villavicencio
+593991310689

6. FUERZAS MAGNÉTICAS

Un electrón se desplaza con velocidad $\vec{v} = (3\hat{\imath} - 4\hat{\jmath}) \times 10^5 m/s$, en un campo magnético $\vec{B} = (-5.0\hat{\imath} + 4.0\hat{\jmath})T$ Determine la magnitud y dirección de la fuerza sobre el electrón.

Nota: La carga y la masa del electrón es: $q = 1.60 \times 10^{-19}\ C; m = 9.11 \times 10^{-31} kg$

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} = (-1.6 \times 10^{-19}) \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 3 & -4 & 0 \\ -5 & 4 & 0 \end{vmatrix} \times 10^5$$

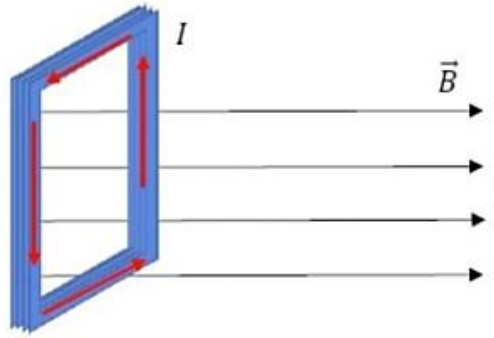
$$= (-1.6 \times 10^{-14})\left[0\hat{\imath} + 0\hat{\jmath} + \hat{k}\left(3(4) - (-4)(-5)\right)\right]$$

$$\vec{F} = \underbrace{1.28 \times 10^{-13}}_{\text{magnitud}} \underbrace{(+\hat{k})}_{\text{dirección}} [N]$$

Resolución en video

Tyrone Villavicencio
+593991310689

Se tiene una bobina plana cuadrada formada por 20 espiras de 0.2 m de lado que transportan una corriente de 6 A. La bobina se oriente inicialmente perpendicular a un campo magnético $B = 0.3\,T$. Calcular el trabajo requerido para orientar el momento magnético de la bobina en un ángulo de 120°.



N=20

$A=(0.2)^2=0.04\,[m^2]$

$I=6[A]$

energía: $U=-\vec{\mu}.\vec{B}$

$\mu=NIA=(20)(6)(0.04)=4.8\,[Am^2]$

Teorema Trabajo-Energía: $W=-\Delta U$

$W=U_0-U_f=(-\mu B\cos\theta_0)-(-\mu B\cos\theta_f)$

$W=\mu B(\cos\theta_f-\cos\theta_0)$

- Reemplazando:

$W=(4.8)(0.3)[\cos 120°-\cos 0°]$

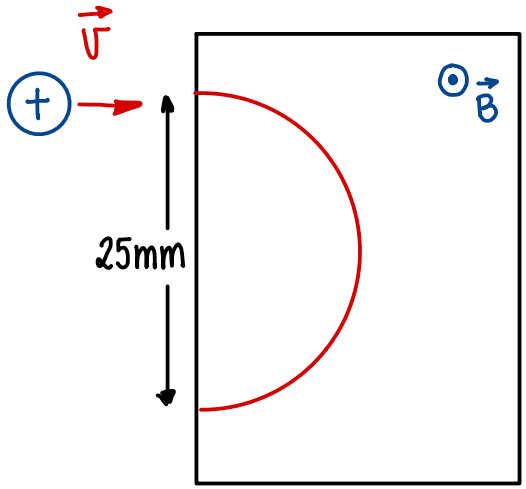
$W=-2.16[J]$

$W_{ext}=+2.16[J]$ //

Resolución en video

Tyrone Villavicencio
+593991310689

Un protón viaja horizontalmente con una velocidad inicial de $1.1 \times 10^5 \hat{\imath}\ m/s$, entra en un campo magnético constante con dirección perpendicular al papel (eje z), y describe una trayectoria semicircular de 25 mm de diámetro en el eje y hacia abajo, saliendo luego del campo magnético. Encuentre la magnitud y dirección del campo magnético que hará que el protón describa dicha trayectoria. (masa protón: $1.67 \times 10^{-27}\ kg$, carga electrón $1.602 \times 10^{-19}\ C$)



$\Sigma F = ma \rightarrow$: SEGUNDA LEY DE NEWTON:

$$F_B = m\frac{v^2}{R}$$

$$qvB = m\frac{2v^2}{d}$$

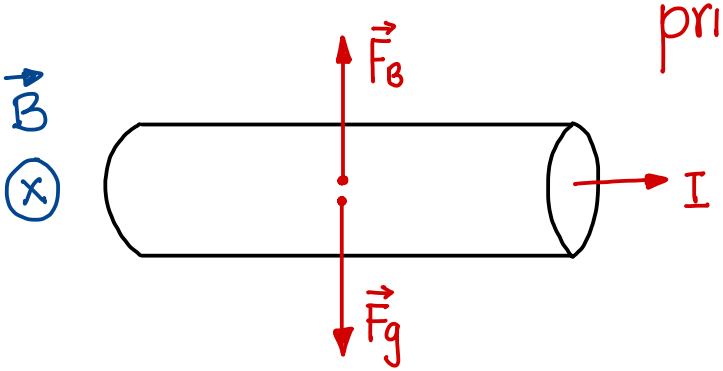
$$B = \frac{2mv}{qd}$$

entonces: $\vec{B}_2 = \dfrac{2(1.67\times10^{-27})(1.1\times10^{5})}{(1.602\times10^{-19})(25\times10^{-3})} = 0.092\,(+\hat{k})\,[T]$

Resolución en video

Tyrone Villavicencio
+593991310689

Si usted tiene un alambre conductor de densidad de masa $\rho = 9 \times 10^3 kg/m^3$, recto y de 5 mm de diámetro que se encuentra flotando horizontalmente en el aire debido a la fuerza del campo magnético de la Tierra el cual es horizontal, perpendicular al alambre con una magnitud de $5 \times 10^{-5}\ T$. ¿Cuál es la corriente que conduce el alambre? ¿La respuesta suena razonable y por qué?



primera Ley de Newton:

$$\sum F_y = 0$$

$$F_B - F_g = 0$$

Ec1. $$ILB = mg$$

Densidad:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Ec2. $$m = \rho V = \underbrace{\frac{\pi}{4} d^2}_{\text{Área}} \overbrace{L}^{\text{Altura}} \rho$$

VOLUMEN

$$4IlB = g d^2 l \rho \pi$$

$$4I(5\times10^{-5}) = (9.8)(5\times10^{-3})^2(9\times10^3)\pi$$

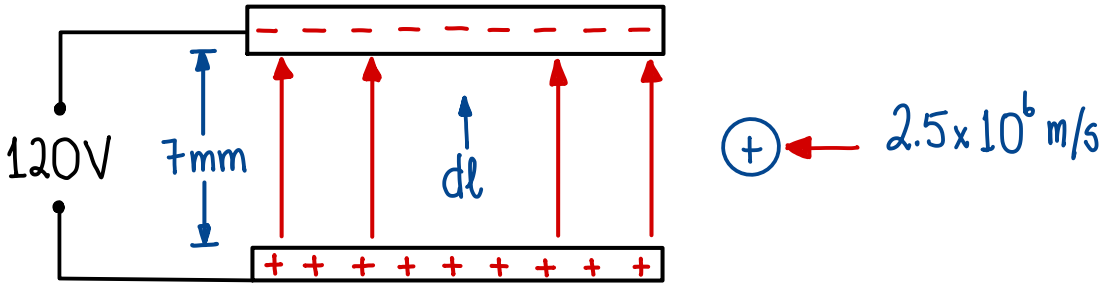
$$I = 3.46\times10^4\ [A]$$

a mi criterio me parece una magnitud coherente debido a que se debe de levantar un cuerpo muy denso dentro de un campo muy pequeño.

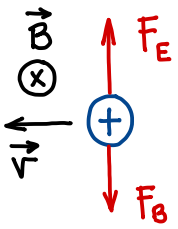
Resolución en video

Tyrone Villavicencio
+593991310689

Dos placas paralelas metálicas, separadas una distancia de 7 mm, están conectadas a una batería de 120 V, de tal forma que en la placa superior se almacenan cargas negativas y en la placa inferior se almacenan cargas positivas creando un campo eléctrico vertical. Un protón es disparado horizontalmente hacia la izquierda con una velocidad inicial de $-2.5 \times 10^6 \hat{\imath}\ m/s$, y pasa a través de dichas placas. Encuentre la magnitud y dirección del campo magnético que se debe colocar en la región donde están las placas para que el protón pase sin ser desviado. (masa protón: $1.67 \times 10^{-27}\ kg$, carga electrón $1.602 \times 10^{-19}\ C$)



DCL:



PRIMERA LEY DE NEWTON:

$$\sum F = 0$$

$$F_E - F_B = 0$$

$$qE = qvB$$

$$\frac{V}{L} = vB$$

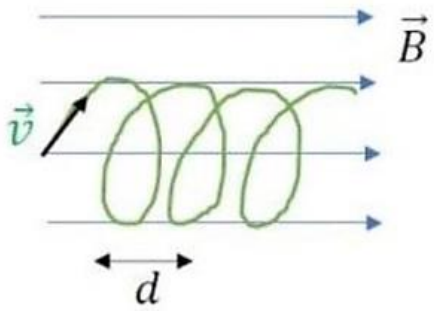
entonces: $B = \frac{V}{Lv} = \frac{120}{(7\times10^{-3})(2.5\times10^{6})}$

$$\vec{B} = 6.86\,(-\hat{k})\,[mT]$$

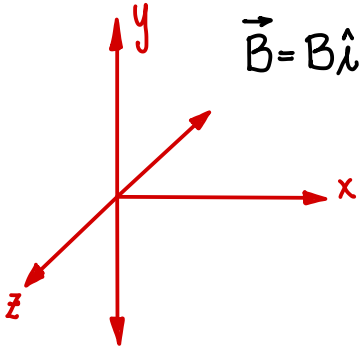
Resolución en video

Tyrone Villavicencio
+593991310689

Un electrón ingresa a una región donde hay un campo magnético uniforme $B = 0{,}5\ T$ con un ángulo de 45° con respecto a $\vec{B}$. Determine el radio r y la separación d (distancia entre espiras consecutivas) de la trayectoria helicoidal del electrón suponiendo que su rapidez es $3.25 \times 10^5 m/s$.



Defino: Sist. Ref.



En el plano y-z se forman los círculos por la fuerza centripeta generada por el campo magnético. Y en el eje x la fuerza neta es cero de manera que la velocidad es constante.

- En el plano y-z:

2^{da} Ley de Newton:

$$\Sigma F = ma$$

$$qvB = m\frac{v^2}{R}$$

$$R = \frac{mv}{qB} = \frac{(9.11\times10^{-31})(3.25\times10^5)\frac{\sqrt{2}}{2}}{(1.602\times10^{-19})(0.5)}$$

$$R = 2.62\times10^{-6}\,[m] \quad \text{respuesta}$$

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{3.25\times10^5}{(2.62\times10^{-6})} = 1.24\times10^{11}\,[rad/s]$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}, \quad v_x = \frac{d}{T}$$

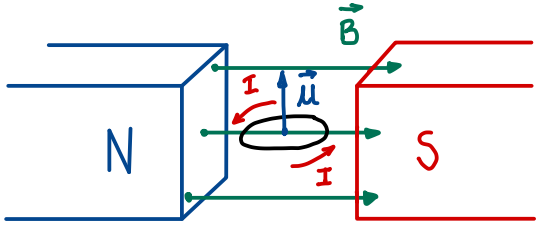
$$\frac{2\pi}{\omega} = \frac{d}{v_x} \rightarrow \frac{2\pi}{1.24\times10^{11}} = \frac{d}{\frac{\sqrt{2}}{2}(3.25\times10^5)}$$

$$d = 1.164\times10^{-5}\,[m] \quad \text{respuesta}$$

Resolución en video

Tyrone Villavicencio
+593991310689

Un conjunto de 10 espiras circulares de alambre cuyo diámetro es de 0.05 m se colocan con su plano paralelo a un campo magnético uniforme entre los polos de gran imán. Cuando fluye una corriente de 5 A por las espiras, el torque sobre ellas es de 0,1 [mN]. ¿Cuánto vale el campo magnético?



$$\tau = \mu B \operatorname{sen}\theta \quad (\operatorname{sen}\theta = 1)$$

$$0.1 = NIAB$$

$$0.1 = 10(5)\frac{\pi}{4}(0.05)^2 B$$

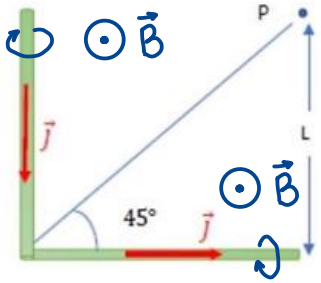
$$B = 1.02\,[T]$$

Resolución en video

Tyrone Villavicencio
+593991310689

7. FUENTES DE CAMPO MAGNÉTICO

Calcular el campo magnético que producen los alambres con corriente de longitud *L*, en el punto *P*, como se muestra en la figura



$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r}(\cos\theta_1 + \cos\theta_2)$$

$$\vec{B}_P = [B_1 + B_2]\,\hat{k} \qquad B_1 = B_2 = B$$

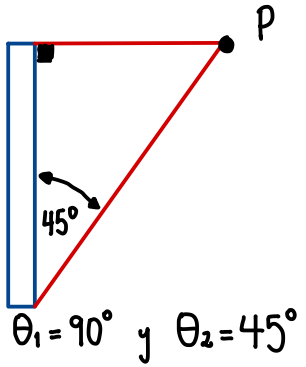
$$B = \frac{\mu_0 J}{4\pi L}(\cos 45° + \cos 90°)$$

($\cos 45° \to \sqrt{2}/2$, $\cos 90° \to 0$)

$$B = \frac{\sqrt{2}\,\mu_0 J}{8\pi L}$$

entonces: $\vec{B} = 2B\,\hat{k}$

$$\vec{B} = \frac{\sqrt{2}\,\mu_0 J}{4\pi L}(+\hat{k})$$



Resolución en video

Tyrone Villavicencio
+593991310689

Se tienen dos cargas puntuales, q_1 con velocidad de $2.5 \times 10^5 \hat{j}\ m/s$ y carga $+3.5\ \mu C$, y q_2 con velocidad de $-3.0 \times 10^5 \hat{\imath}\ m/s$ y carga $-4.0\ \mu C$, si en un instante de tiempo las cargas se encuentran en las posiciones (40, 10, 0) cm para q_1, y (80, 50, 0) cm para q_2. Encuentre el campo magnético producido por ambas cargas en el punto (80, 10, 0) cm en ese instante de tiempo.

$\vec{r}_{p/1} = (80,10,0) - (40,10,0) = 40\hat{\imath}$ donde: $\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} q \frac{\vec{v} \times \hat{r}}{r^2}$

$\vec{r}_{p/2} = (80,10,0) - (80,50,0) = -40\hat{\jmath}$

entonces: $\vec{B}_{p/1} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{(3.5 \times 10^{-6})(2.5 \times 10^5)}{(0.4)^2} [\hat{\jmath} \times \hat{\imath}] = 5.47 \times 10^{-7} (-\hat{k})$

$\vec{B}_{p/2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{(-4 \times 10^{-6})(-3 \times 10^5)}{(0.4)^2} [\hat{\imath} \times -\hat{\jmath}] = 7.5 \times 10^{-7} (-\hat{k})$

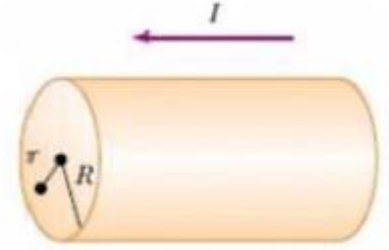
$\vec{B}_p = \vec{B}_{p/1} + \vec{B}_{p/2} = 12.97 \times 10^{-7} (-\hat{k}) [T]$

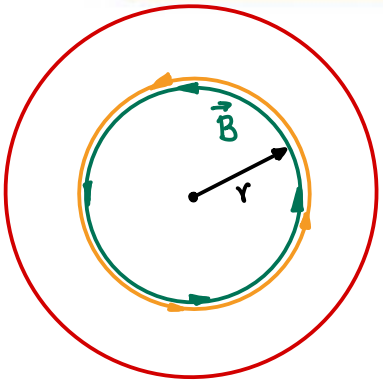
$\vec{B}_p = 12.97 \times 10^{-7} (-\hat{k}) [T]$

Resolución en video

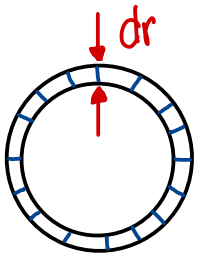
Tyrone Villavicencio
+593991310689

Un largo conductor cilíndrico de radio R conduce una corriente I, como se muestra en la figura. La densidad de corriente J, sin embargo, no es uniforme sobre la sección transversal del conductor, sino que es una función del radio de acuerdo con $J = 4r$, donde r está en m y J en A/m^2. Encontrar el campo magnético B a una distancia $r = 0.4\,m$ del eje. El radio del cilindro es $R = 1.0\,m$.





trayectoria cerrada



$dA = 2\pi r\,dr$

Densidad de Corriente: $J = \frac{dI}{dA}$

reemplazando: $4r(2\pi r\,dr) = dI$

$$\int_0^I dI = 8\pi \int_0^r r^2 dr$$

$$I = \frac{8}{3}\pi r^3$$

Ley de Ampere: $\oint \vec{B}.\vec{dl} = \mu_0 I_{enc}$

$$B\oint dl \cos\theta = \mu_0 \frac{8}{3}\pi r^3$$

$$B(2\pi r) = \mu_0 \frac{8}{3}\pi r^3$$

$$B(r) = \frac{4\mu_0}{3} r^2, \quad r<R$$

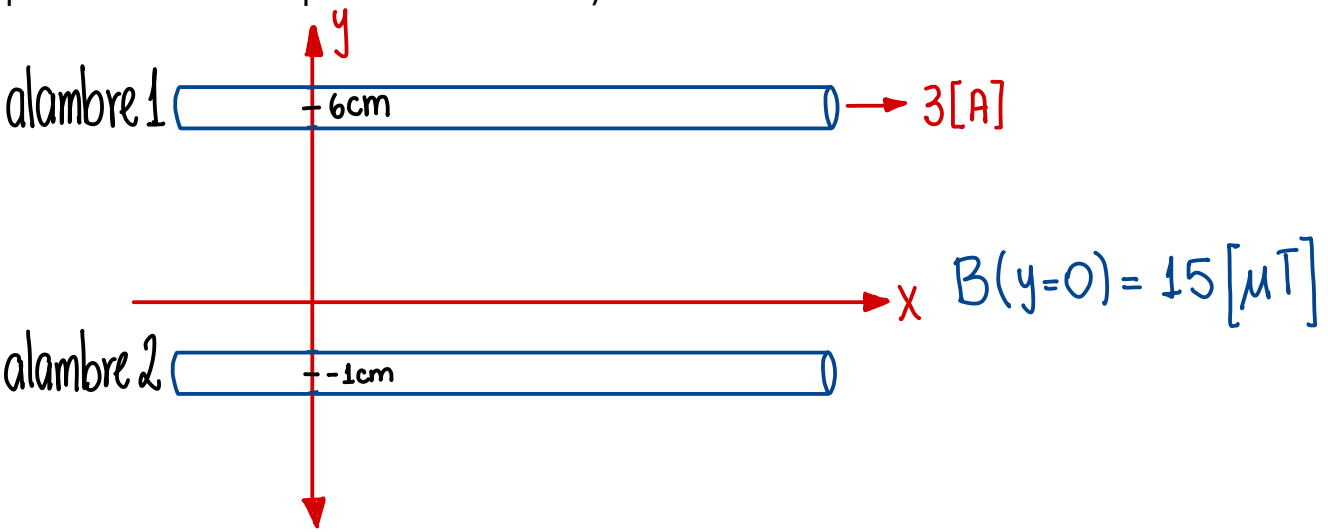
$$B(0.4) = \frac{4\mu_0}{3}(0.4)^2 = 2.7\times10^{-7}\,[T]$$

$$B(0.4) = 2.7\times10^{-7}\,[T]$$

Resolución en video

Tyrone Villavicencio
+593991310689

Se tienen conductores paralelos infinitos y horizontales, el primero lleva una corriente de 3.0 A hacia la derecha (la corriente viene de izquierda a derecha) y está ubicado en la posición y = 6 cm, el otro está ubicada en la posición y = -1 cm, ¿Cuál debe ser la magnitud y sentido de la corriente del segundo conductor para que en la posición y = 0 se obtenga un campo magnético de magnitud 15 μT si se sabe que por el segundo conductor se debe circular corriente de al menos 1.0 A (necesario para poder alimentar dispositivos eléctricos)?



Campo Alambre Infinito: $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \rightarrow I = \frac{2\pi r B}{\mu_0}$

$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 (3)}{2\pi (6\times10^{-2})} = 1\times10^{-5}(-\hat{k})[T] = 10[\mu T](-\hat{k})$

para I_2: $I_2 = \frac{2\pi (10^{-2})}{\mu_0} B = 5\times10^{4} B$

Si: $\vec{B}(0) = 15\mu T(+\hat{k}) = (-10\mu T + B_2)(+\hat{k})$ $\vec{B}_2 = 25\mu T(\hat{k})$ I_2 hacia la derecha. (A)

Si: $\vec{B}(0) = 15\mu T(-\hat{k}) = (10\mu T + B_2)(-\hat{k})$ $\vec{B}_2 = 5\mu T(-\hat{k})$ I_2 hacia la izquierda. (B)

(A) $I = 5\times10^{4}(25\times10^{-6}) = 1.25[A]$

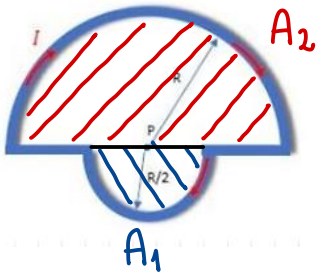
(B) $I = 5\times10^{4}(5\times10^{-6}) = 0.25[A]$

$I = 1.25[A]$ hacia la derecha

Resolución en video

Tyrone Villavicencio
+593991310689

Calcular el momento dipolar magnético que produce una corriente *I* que recorre 10 espiras de alambre curvo como se muestra en la figura.



$$\vec{\mu} = NIA(-\hat{k})$$

donde: $A = A_1 + A_2$

$$A = \frac{1}{2}\left[\pi R^2 + \pi\left(\frac{R}{2}\right)^2\right]$$

$$A = \frac{\pi}{2}\left(R^2 + \frac{R^2}{4}\right) = \frac{5}{8}\pi R^2$$

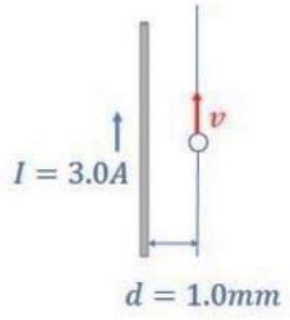
$$\vec{\mu} = (\cancel{10}\,5)\,I\left[\frac{5}{\cancel{8}\,4}\pi R^2\right](-\hat{k})$$

$$\vec{\mu} = \frac{25}{4}\pi I R^2(-\hat{k})$$

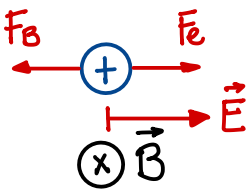
Resolución en video

Tyrone Villavicencio
+593991310689

Una partícula cargada positivamente se mueve a una velocidad constante de 300 m/s en dirección paralela al conductor rectilíneo de la figura. ¿En qué dirección y qué magnitud debe estar el campo eléctrico que actúa sobre la carga? ¿Qué dirección tiene el campo eléctrico?



DCL:



1era Ley de Newton:

$$\sum F = 0$$

$$F_e - F_B = 0$$

$$qE = qvB$$

$$E = v\left[\frac{\mu_0 I}{2\pi d}\right]$$

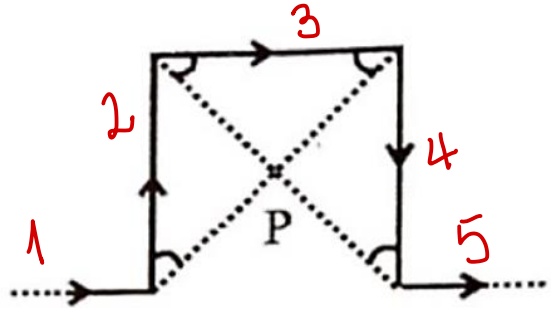
$$E = \frac{(300)\mu_0(3)}{2\pi(1\times10^{-3})} = 0.18\,[V/m]$$

$$\vec{E} = 0.18\,[V/m]\,(\hat{\imath})$$

Resolución en video

Tyrone Villavicencio
+593991310689

Encuentre la expresión del campo magnético en el punto P en el centro del cuadrado de lado ***a*** que se muestra en la figura (No olvide los alambres semi infinitos a los lados)



$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi X}(\cos\theta_1 + \cos\theta_2)$$

por regla de la mano derecha:

$$\vec{B}_1 = B_1(+\hat{k}) \quad \vec{B}_2 = B_2(-\hat{k}) \quad \vec{B}_3 = B_3(-\hat{k})$$

$$\vec{B}_4 = B_4(-\hat{k}) \quad \vec{B}_5 = B_5(+\hat{k})$$

$$B = B_2 = B_3 = B_4 \quad y \quad B_1 = B_5$$

calculamos B:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi(a/2)}\left(\cos 45^\circ + \cos 45^\circ\right), \quad \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$B = \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\mu_0 I}{\pi a}$$

calculamos B_1:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi(a/2)}\left(\cos 0 + \cos 135^\circ\right), \quad \cos 0 = 1, \quad \cos 135^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}\left(\frac{2-\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$\vec{B}_p = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \vec{B}_4 + \vec{B}_5$$

$$\vec{B}_p = \left[-3\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\mu_0 I}{\pi a}\right) + 2\left(\frac{\mu_0 I}{2\pi a}\left(\frac{2-\sqrt{2}}{2}\right)\right)\right]\hat{k}$$

$$\vec{B}_p = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}(2-4\sqrt{2})(\hat{k})$$

Resolución en video

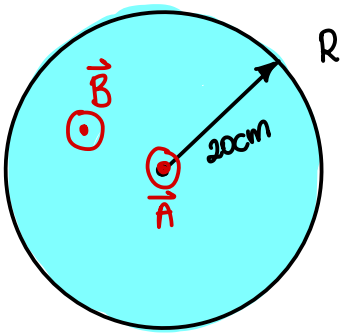
Tyrone Villavicencio
+593991310689

8. INDUCCIÓN ELECTROMAGNÉTICA

Calcular la energía disipada, como función del tiempo, de una bobina de 10 vueltas de alambre de radio de 20.0 cm y una resistencia de 1kΩ., si el plano de la espira es perpendicular a un campo magnético dado por:

$$B(t) = 4e^{-2t/\tau}$$

Con $\tau = 0.10\ s$?



$R = 1K\Omega$

$N = 10$

$\phi = BA\cos\theta^{1} = 4e^{-2t/0.1}(\pi r^2)$

$\phi = 4\pi(0.2)^2 e^{-20t} = 0.503e^{-20t}$

$\phi(t) = 0.503e^{-20t}$

$\mathcal{E}ind = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(0.503e^{-20t}) = -0503\,e^{-20t}(-20) = 10.05\,e^{-20t}$

$\mathcal{E}ind = -N\frac{d\phi}{dt} = (10)(10.05)e^{-20t} = 100.53e^{-20t}$

$\mathcal{E}ind = 100.53e^{-20t}$, $P = \frac{\mathcal{E}^2}{R} \rightarrow \frac{dU}{dt} = \frac{(100.53)^2 e^{-40t}}{1000}$

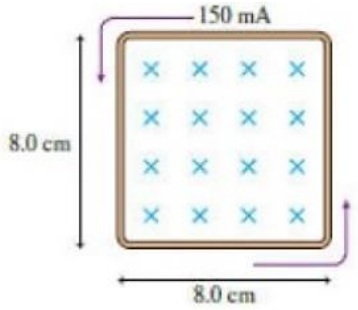
$\frac{dU}{dt} = 10.11\,e^{-40t} \rightarrow U(t) = \int_0^t 10.11e^{-40t}\,dt = -\frac{10.11}{40}e^{-40t}\Big|_0^t$

$U(t) = -0.253e^{-40t} + 0.253 = 0.253(1 - e^{-40t})$

Resolución en video

Tyrone Villavicencio
+593991310689

La resistencia de la espira en la figura es 0,20 Ω ¿A qué tasa está aumentando o disminuyendo el campo magnético?



Ley de Faraday: $\mathcal{E}_{ind} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$

Ley de Ohm: $\mathcal{E}_{ind} = I_{ind} \cdot R$

$$\mathcal{E}_{ind} = I_{ind} R = (150 \times 10^{-3})(0.2) = 0.03\,[V]$$

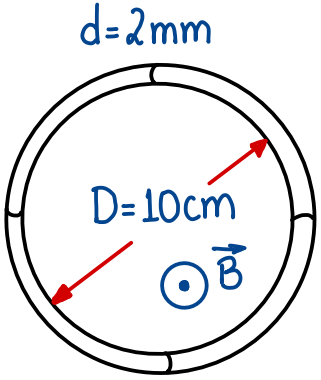
$$\left|\frac{d\Phi_B}{dt}\right| = 0.03 \rightarrow \frac{d}{dt}\left[BA\cos\theta\right] = A\frac{dB}{dt}$$

$$0.03 = (0.08)^2 \frac{dB}{dt} \rightarrow \frac{dB}{dt} = 4.6875\left[\frac{T}{s}\right]$$

Resolución en video

Tyrone Villavicencio
+593991310689

Un campo magnético perpendicular a una espira circular de alambre de resistividad $\rho = 1.68 \times 10^{-8}\ \Omega \cdot m$, de 10.0 cm de diámetro, disminuye de manera uniforme desde 1.2 T hasta cero. Si el alambre tiene un grosor de 2 mm de diámetro, ¿cuánta carga pasa por un punto en la bobina durante este evento?



Ley de Faraday: $\mathcal{E}_{ind} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$

Ley de Ohm: $\mathcal{E}_{ind} = I_{ind} R$

Resistencia: $R = \rho \frac{L}{A}$

$\Delta B = 0 - 1.2 = -1.2\,[T]$

$\mathcal{E}_{ind} = -A\frac{dB}{dt} = -\frac{\pi D^2}{4}\frac{\Delta B}{\Delta t}$

$\mathcal{E}_{ind} = R\frac{dq}{dt} = -\frac{\pi D^2}{4}\frac{\Delta B}{\Delta t}$

entonces: $\rho \frac{L}{A}\frac{\Delta q}{\Delta t} = -\frac{\pi D^2}{4}\frac{\Delta B}{\Delta t}$

$\rho \frac{4(\pi D)}{\pi d^2}\Delta q = -\frac{\pi}{4} D^2 \Delta B$

$\frac{(1.68\times10^{-8})\,4}{(2\times10^{-3})^2}\Delta q = \frac{\pi}{4}(10\times10^{-2})(1.2)$

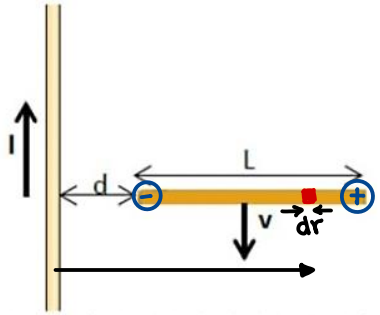
$\Delta q = 5.61\,[C]$

Resolución en video

Tyrone Villavicencio
+593991310689

Se tiene un alambre muy largo (infinito) que conduce una corriente $I = 5.0\ A$, si una barra metálica, de longitud $L = 15\ cm$ y ubicada a una distancia $d = 5\ cm$ del alambre (como se muestra en la figura), se mueve a velocidad constante de $10 m/s$ hacia abajo,

a) Calcule la fem inducida en la barra, y además indique que punto de esta estará a un mayor potencial (extremo izquierdo o derecho de la barra)
b) ¿Cuál sería la fem inducida en la barra si esta se moviera alejándose del alambre (velocidad en dirección horizontal)?



Mayor potencial a la derecha

Fem de movimiento: $\mathcal{E}_{ind} = vLB$

a) $d\mathcal{E}_{ind} = vB\,dl$

$$\int d\mathcal{E}_{ind} = \int_{0.05}^{0.2} v\left(\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\right) dr$$

$$\mathcal{E}_{ind} = \frac{\mu_0 vI}{2\pi} \ln\left(\frac{0.2}{0.05}\right)$$

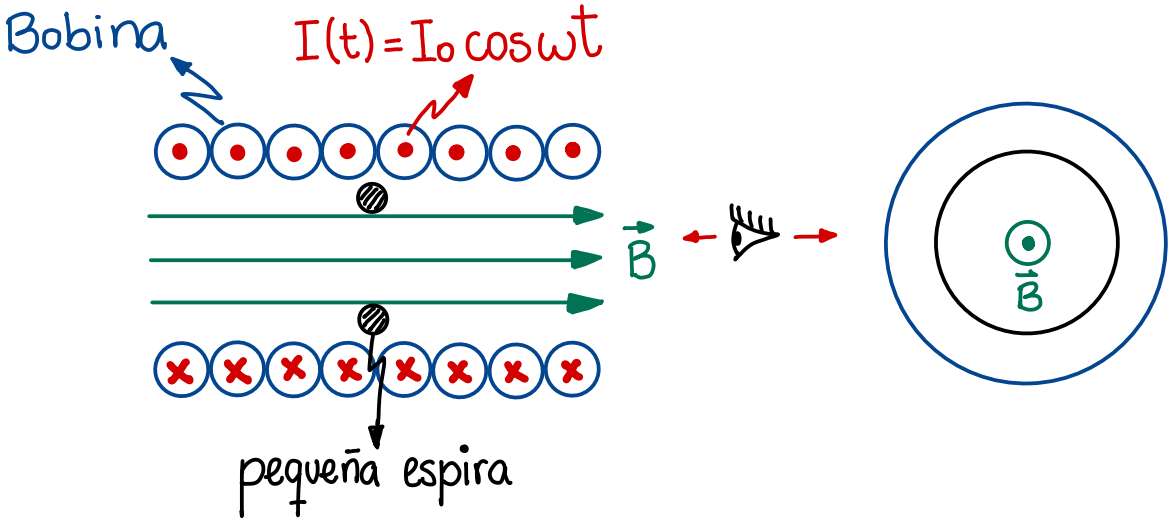
$$\mathcal{E}_{ind} = 1.386 \times 10^{-5}\ [V]$$

b) $\mathcal{E}_{ind} = vLB = 0\ [V]$ //

Resolución en video

Tyrone Villavicencio
+593991310689

Una espira circular conductora se coloca dentro de un solenoide largo compuesto por n espiras, con su plano perpendicular al eje de este último. El área de la espira es A_1 y la del solenoide es A_2. Una corriente $I = I_0 \cos(\omega t)$ fluye en las vueltas del solenoide. ¿Cuál es la fem inducida en la espira pequeña?



$B = \mu_0 n I$

Ley de Faraday: $\mathcal{E}_{ind} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$

$\mathcal{E}_{ind} = -\frac{d}{dt}[B A_1 \cos\theta]$ (1)

$\mathcal{E}_{ind} = -A_1 \frac{d}{dt}[\mu_0 n I(t)]$

$\mathcal{E}_{ind} = -A_1 \mu_0 n \frac{d}{dt}[I_0 \cos\omega t]$

$\mathcal{E}_{ind} = -A_1 \mu_0 n I_0 (-\omega \operatorname{sen}\omega t)$

$\mathcal{E}_{ind} = A_1 \mu_0 \omega n I_0 \operatorname{sen}\omega t$

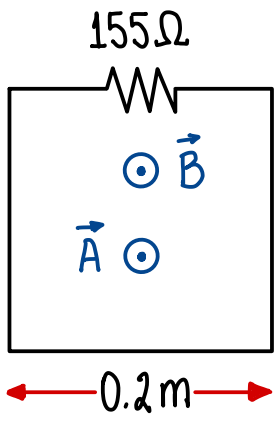
donde: $\mathcal{E}_{máx} = A_1 \mu_0 \omega n I_0$

$\mathcal{E}_{ind} = \mathcal{E}_{máx} \operatorname{sen}\omega t$

Resolución en video

Tyrone Villavicencio
+593991310689

Una espira cuadrada de 20.0 cm cada lado tiene una resistencia de 155 Ω. Inicialmente está ubicada perpendicularmente en un campo magnético de 0.5 T, pero se retira del campo en 20.0 ms. Calcule la energía eléctrica disipada en este proceso.



$$\Phi_B = BA\cos\theta^{1}$$

Ley de Faraday: $\mathcal{E}_{ind} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$

$$\mathcal{E}_{ind} = -\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = -A\frac{\Delta B}{\Delta t} \rightarrow \Delta B = B_f - B_o = 0 - 0.5 = -0.5$$

$$\mathcal{E}_{ind} = -\frac{(0.2)^2(-0.5)}{(20\times10^{-3})} = 1\,[V]$$

$$P = \frac{\mathcal{E}^2}{R} = \frac{(1)^2}{155} = 6.452\times10^{-3} \rightarrow P = \frac{dU}{dt}\,,\; U = P\Delta t = (6.452\times10^{-3})(20\times10^{-3}) = 1.29\times10^{-4}\,[J]$$

$$U = 1.29\times10^{-4}\,[J]$$

Resolución en video

Tyrone Villavicencio
+593991310689

El flujo magnético que atraviesa una bobina de 100 espiras está dado por $(5t - 0.5t^2) \times 10^{-2}\ Tm^2$, donde el tiempo t está en segundos.

a) Determine la fem ε como función del tiempo.
b) ¿Cuánto vale ε en t = 10.0 s y en t = 4.0 s?

$N = 100$ $\qquad \phi(t) = (5t - 0.5t^2) \times 10^{-2}\ [T/m^2]$

Ley de Faraday: $\mathcal{E}_{ind} = -N\frac{d\Phi_B}{dt}$

$\mathcal{E}_{ind} = -100\ \frac{d}{dt}(5t - 0.5t^2) \times 10^{-2} = t - 5\ [V]$

$\mathcal{E}(t) = t - 5\ [V]$

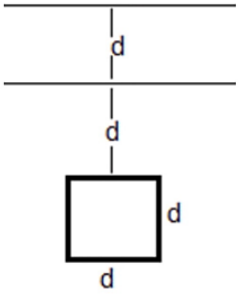
b) $\mathcal{E}(10) = 10 - 5 = 5\ [V]$

$\mathcal{E}(4) = 4 - 5 = -1\ [V]$

Resolución en video

Tyrone Villavicencio
+593991310689

Por dos hilos rectilíneos paralelos circula la misma corriente *i* pero en sentidos opuestos. La intensidad se incrementa con el tiempo a razón de *di/dt A/s*. Una espira cuadrada de lado *d* está en el mismo plano a una distancia *d* de una de las dos corrientes, tal como se muestra en la figura.



Ley de Faraday: $\mathcal{E}_{ind} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$

$$d\Phi_B = B\,dA\cos\theta \quad (\theta = 1)$$

$$d\Phi_B = \left[\frac{\mu_0 i}{2\pi(r-d)} - \frac{\mu_0 i}{2\pi r}\right] d\,dr$$

$$\Phi_B = \int_{2d}^{3d} \frac{\mu_0 i d}{2\pi}\left[\frac{1}{r-d} - \frac{1}{r}\right] dr$$

$$\Phi_B = \frac{\mu_0 i d}{2\pi}\Big[\ln(r-d) - \ln(r)\Big]_{2d}^{3d}$$

$$\Phi_B = \frac{\mu_0 i}{2\pi} d\,\ln(4/3)$$

$$\mathcal{E}_{ind} = -\frac{d}{dt}\left(\frac{\mu_0 i}{2\pi} d\,\ln(4/3)\right)$$

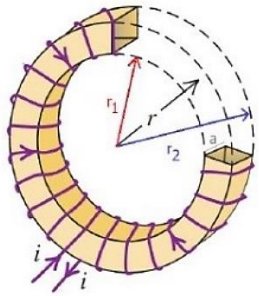
$$\mathcal{E}_{ind} = \frac{\mu_0 d}{2\pi}\ln(3/4)\frac{di}{dt} \;//$$

Resolución en video

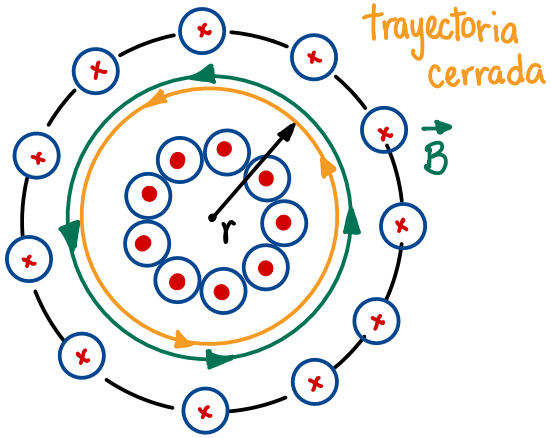
Tyrone Villavicencio
+593991310689

9. INDUCTANCIA

Calcular el campo magnético de un toroide de sección transversal rectangular, como el que se muestra en la figura. Luego, calcular la autoinductancia en términos de los radios r_1 y r_2 y la anchura a.



Nota: Para que su resultado sea válido debe demostrar cómo se obtiene el campo magnético del embobinado.

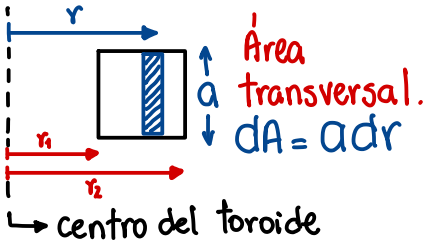


Ley de Ampere: $\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{enc}$

$B\oint dl\cos\theta = \mu_0 NI$

$B(2\pi r) = \mu_0 NI$

$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$



Calculamos flujo:

$d\phi = B\,dA\cos\theta$

$d\phi = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}\,a\,dr$

$\phi = \frac{\mu_0 NIa}{2\pi}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r}$

$\phi = \frac{\mu_0 NIa}{2\pi}\ln(r_2/r_1)$

Autoinductancia: $L = N\frac{\phi_B}{I}$

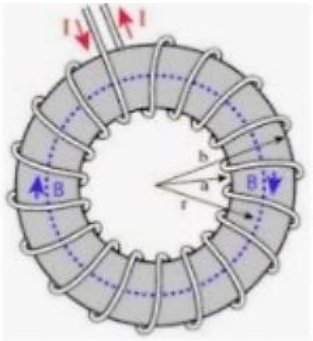
$L = \frac{N}{I}\frac{\mu_0 NIa}{2\pi}\ln(r_2/r_1)$

$L = \frac{\mu_0 N^2 Ia}{2\pi}\ln(r_2/r_1)$

Resolución en video

Tyrone Villavicencio
+593991310689

Calcular el valor de la inductancia del toroide que se muestra en la figura de sección circular cuyos datos son: Radio del toroide = 10 cm, N = 2000 vueltas, radio de la bobina = 2 cm.



autoinductancia de un toroide: $L = \frac{\mu_0 N^2 A}{2\pi r}$

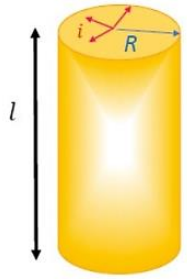
Área sección circular: $A = \pi r^2$

entonces: $L = \frac{\mu_0 (2000)^2 \pi (2 \times 10^{-2})}{2\pi (0.1)} = 0.5027[H] = 520.7[mH]$

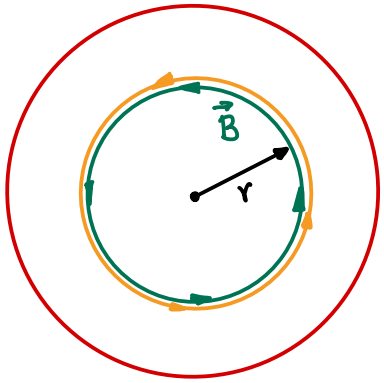
Resolución en video

Tyrone Villavicencio
+593991310689

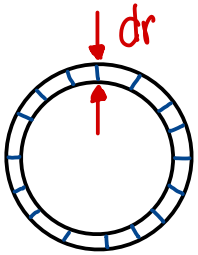
Un conductor largo y recto de radio R conduce una corriente *i* uniformemente distribuida a través de su área transversal. Calcule la energía magnética almacenada por unidad de longitud en el interior del conductor.



Nota: Para que su resultado sea válido debe demostrar cómo se obtiene el campo magnético en el interior del alambre.



trayectoria cerrada



$dA = 2\pi r dr$

$dV = L dA$

Ley de Ampere: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{enc}$

$B \oint dl \cos\theta = \mu_0 I'$

$B(2\pi r) = \mu_0 I \frac{r^2}{R^2}$

$B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} r$

Densidad de Corriente: $J = \frac{dI}{dA}$

uniforme: $J = \frac{I}{A} = \frac{I'}{A'}$

$\frac{I}{\pi R^2} = \frac{I'}{\pi r^2} \rightarrow I' = I \frac{r^2}{R^2}$

Densidad de Energía: $u = \frac{dU}{dV} = \frac{B^2}{2\mu_0}$

$$\int_0^U dU = \int_0^R \frac{1}{2\mu_0} \left(\frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2}\right)^2 L\, 2\pi r\, dr$$

$$U = \mu_0 \left(\frac{I}{R^2}\right)^2 \frac{\pi L}{(2\pi)^2} \int_0^R r^3 dr \rightarrow \frac{U}{L} = \frac{\mu_0 I^2}{16\pi}$$

Resolución en video

Tyrone Villavicencio
+593991310689

Se almacenan 1.2×10^6 J en un inductor toroidal cuyo campo magnético uniforme con magnitud de 0.5 T.

a) ¿Qué volumen debe tener el toroide (en el vacío) debe ocupar el campo magnético para almacenar esa cantidad de energía?
b) Si ahora se almacena la energía en un paralelepípedo de 1 cm de espesor, 2 cm de ancho y 30 cm de largo, ¿cuál sería el campo magnético que se requiere?

a) $u = \frac{dU}{dV} = \frac{B^2}{2\mu_0} \rightarrow V = \frac{2\mu_0 U}{B^2} = \frac{2\mu_0 (1.2\times10^6)}{0.5^2} = 12.064 [m^3]$

b) $V = abc = (1\times10^{-2})(2\times10^{-2})(30\times10^{-2}) = 6\times10^{-5} [m^3]$

$\frac{U}{V} = \frac{B^2}{2\mu_0} \rightarrow \frac{1.2\times10^6}{6\times10^{-5}} = \frac{B^2}{2\mu_0} \rightarrow B = 224.2 [T]$

Resolución en video

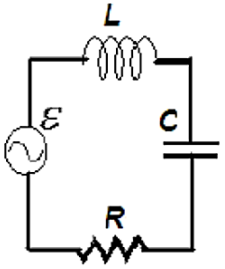
Tyrone Villavicencio
+593991310689

10. CORRIENTE ALTERNA

Un generador de CA de frecuencia angular ω desconocida tiene una amplitud $\varepsilon_{máx} = 20\ V$. Los valores de la inductancia y capacitancia se dan en el circuito. Un estudiante determina el valor máximo de la caída de tensión en el inductor y obtiene un valor de $V_{Lmáx} = 10\ V$ y determina el valor máximo de la caída de tensión en el capacitor y obtiene un valor de $V_{Cmáx} = 5\ V$.

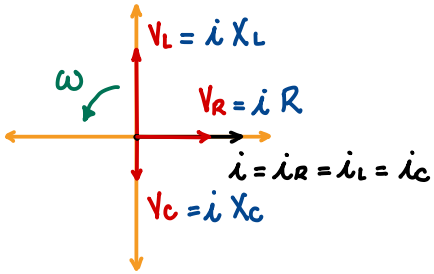
Determine:

a) La impedancia del circuito Z
b) El factor de potencia del circuito
c) La potencia del circuito



$L = 0.05H$
$C = 1 \times 10^{-6}\ F$
$R = ?$
$\varepsilon_{max} = 20\ V$
$V_{Lmax} = 10\ V$
$V_{Cmax} = 5\ V$

Diagrama Fasorial:



$i_C = i_L$

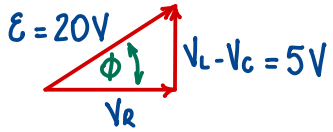
$$\frac{V_L}{X_L} = \frac{V_C}{X_C} \rightarrow \frac{10}{\omega L} = \frac{5}{1/\omega C}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2}{LC}} = \sqrt{\frac{2}{0.05(1\times10^{-6})}}$$

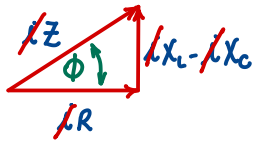
$\omega = 6324.6\ rad/s$

$$X_L = \omega L = 6324.6(0.05) = 316.23\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{6324.6(1\times10^{-6})} = 158.11\Omega$$



$$\text{sen}\phi = \frac{5}{20},\ \phi = 14.48^\circ$$



$$\text{sen}\phi = \frac{X_L - X_C}{Z} = \frac{5}{20}$$

$$\frac{316.23 - 158.11}{Z} = \frac{5}{20}$$

$Z = 632.4\Omega$ Impedancia

(b) $f_p = \cos\phi = \cos 14.48^\circ = 0.968$

Ley de Ohm: $\varepsilon = iZ \rightarrow 20 = i(632.4)$

$i = 0.03163A$, $i_{RMS} = \frac{i}{\sqrt{2}}$

$i_{RMS} = 0.022363\ A$

(c) $P = \varepsilon_{rms} I_{rms} \cos\phi$

$$P = \left(\frac{20}{\sqrt{2}}\right)(0.022363)\cos(14.48^\circ) = 0.3621[W]$$

$P = 0.3621[W]$ Potencia

Resolución en video

Tyrone Villavicencio
+593991310689

En el siguiente circuito la fuente de voltaje tiene un valor RMS de 100 V y una frecuencia mitad a la frecuencia de resonancia. Determine:

a) La corriente RMS del circuito
b) El factor de Potencia, indicando si es en atraso o adelanto
c) La diferencia de potencial RMS en cada elemento del circuito
d) La potencia del circuito
e) Graficar el diagrama de fasores

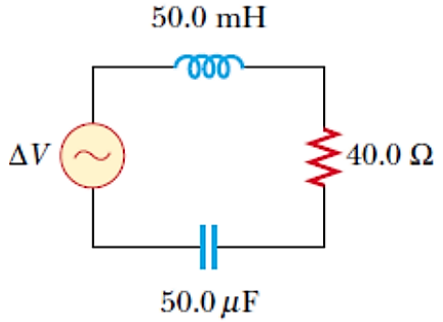
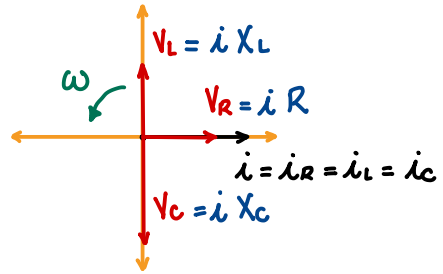


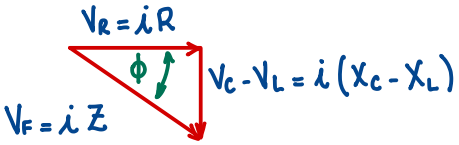
Diagrama Fasorial:



$$\omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{(50\times10^{-3})(50\times10^{-6})}} = 632.46 \text{ rad/s} \quad , \quad \omega = \frac{\omega_o}{2} = 316.23 \text{ rad/s}$$

$$X_L = \omega L = 316.23(50\times10^{-3}) = 15.811\,\Omega$$

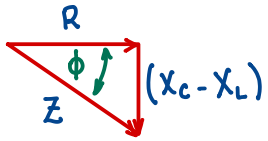
$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{316.23(50\times10^{-6})} = 63.24\,\Omega$$



$$V_F^2 = (V_C - V_L)^2 + V_R^2$$

$$(iZ)^2 = (i(X_C - X_L))^2 + (iR)^2$$

$$Z = \sqrt{(X_C - X_L)^2 + R^2}$$

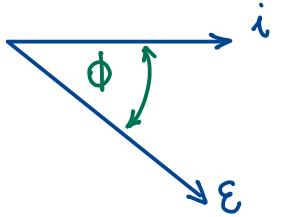


$$Z = \sqrt{(X_C - X_L)^2 + R^2} = \sqrt{(63.24 - 15.811)^2 + 40^2} = 62.05\,\Omega$$

Ley de Ohm: $\mathcal{E}_{rms} = i_{rms} Z$

$$100 = I_{rms}(62.05) \quad , \quad I_{rms} = 1.612 \text{ A}$$

Diagrama Fasorial: (corriente - voltaje)



$$f_p = \cos\phi = \frac{40}{62.05}$$

$f_p = 0.645$ en atraso!

Voltajes:

$$V_{rms} = I_{rms} R = (1.612)(40) = 64.48 \text{ V}$$

$$V_{L\,rms} = I_{rms} X_L = (1.612)(15.81) = 25.49 \text{ V}$$

$$V_{C\,rms} = I_{rms} X_C = (1.612)(63.245) = 100 \text{ V}$$

$$P = \mathcal{E}_{rms} I_{rms} \cos\phi = (100)(1.612)(0.645) = 103.95 \text{ W}$$

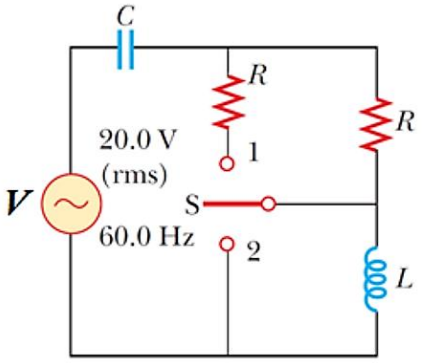
Resolución en video

Tyrone Villavicencio
+593991310689

Un capacitor, una bobina y dos resistores de igual resistencia están conectados en un circuito de CA, como se muestra en la figura. Un generador de CA produce una fem de 20.0 V_{rms} a una frecuencia de 60.0 Hz. Cuando el interruptor S de doble paso se abre, como se ve en la figura, la corriente rms es de 183 mA. Cuando el interruptor se cierra en la posición 1, la corriente rms es de 298 mA. Cuando el interruptor se cierra en la posición 2, la corriente rms es de 137 mA.

Determine los valores de:

a) R
b) C
c) L
d) ¿Es posible más de un valor? Explique



$\omega = 2\pi f = 2\pi(60) = 120\pi$ rad/s

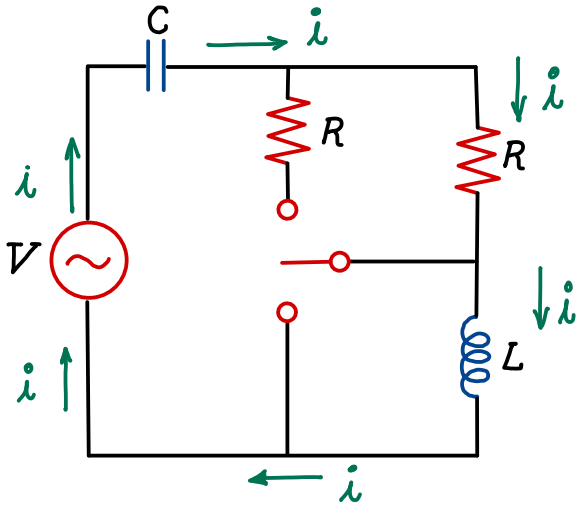
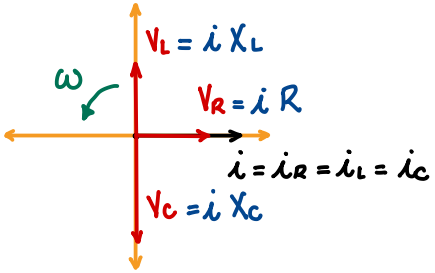
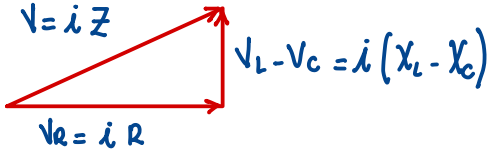


Diagrama Fasorial:





$$Z = \sqrt{(X_L - X_C)^2 + R^2}$$

Resolución en video

Tyrone Villavicencio
+593991310689

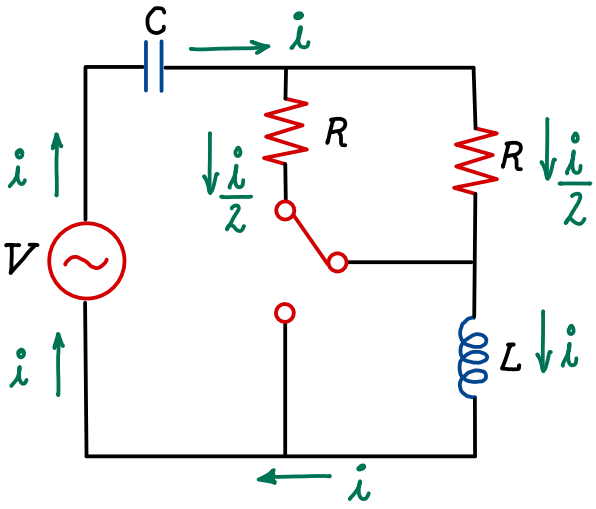
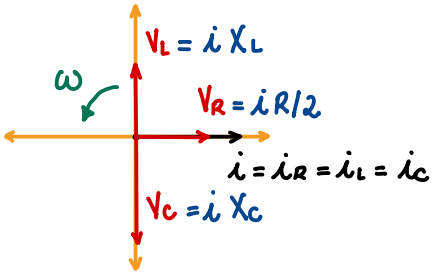
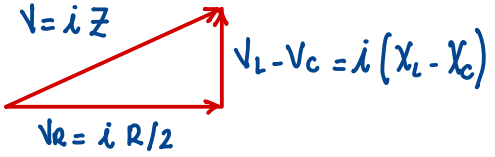


Diagrama Fasorial:





$$Z = \sqrt{(X_L - X_C)^2 + (R/2)^2}$$

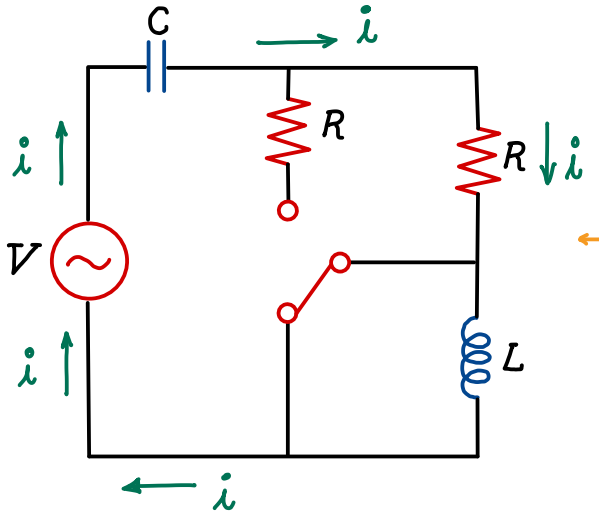
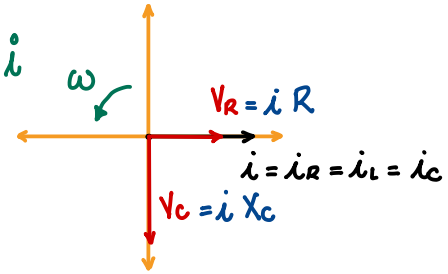
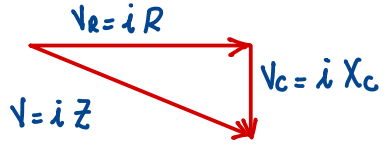


Diagrama Fasorial:





$$Z = \sqrt{X_C^2 + R^2}$$

Ecuaciones:

interruptor abierto: $V_{rms} = I_{rms} Z \rightarrow 20 = 183 \times 10^{-3} \sqrt{(X_L - X_C)^2 + R^2}$

posición 1: $V_{rms} = I_{rms} Z \rightarrow 20 = 298 \times 10^{-3} \sqrt{(X_L - X_C)^2 + (R/2)^2}$

posición 2: $V_{rms} = I_{rms} Z \rightarrow 20 = 137 \times 10^{-3} \sqrt{X_C^2 + R^2}$

$X_L = \omega L = 120\pi L$

$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{120\pi C}$

resolviendo ecuaciones:

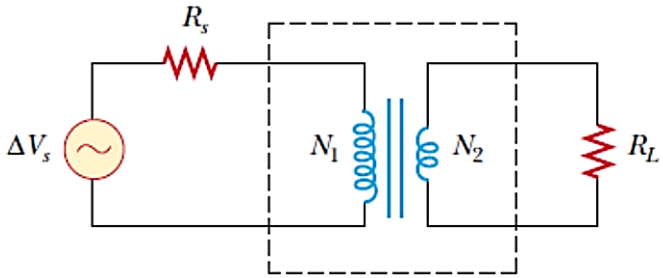
$L = 119.4$ mH

$C = 4.08$ kF

$R = 99.6\ \Omega$

En el transformador mostrado en la figura el resistor de carga tiene un valor de 50 Ohm. La relación de vueltas N1:N2 es 5:2 y el voltaje de la fuente es 80.0 V (rms). Si un multímetro en la resistencia de carga mide 25.0 V (rms).

a) ¿Cuál es la corriente en la bobina secundaria del transformador?
b) ¿Cuál es el voltaje en la bobina primaria del transformador?
c) ¿Cuál es la resistencia de la fuente?
d) ¿Cuál es la potencia entregada por la fuente?



ⓐ $V = IR \rightarrow I = \frac{V}{R} = \frac{25}{50} = 0.5\ A$

ⓑ $V_1 = V_2\left(\frac{N_1}{N_2}\right) = 25\left(\frac{5}{2}\right) = 62.5\ V$

ⓒ $i_1 = i_2\left(\frac{N_2}{N_1}\right) = 0.5\left(\frac{2}{5}\right) = 0.2A$

$V_{R_s} = i_1 R_s$

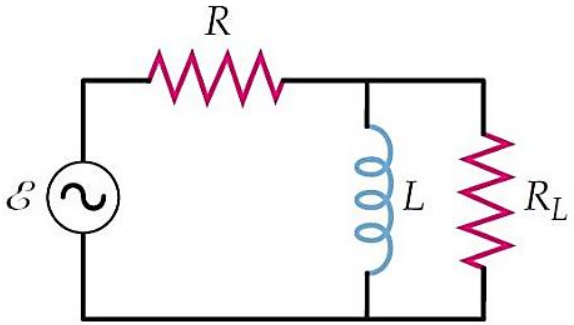
$80 - 62.5 = 0.2\, R_s \rightarrow R_s = 87.5\Omega$

ⓓ $P = V_s i = 80\,(0.2) = 16\ W$

Resolución en video

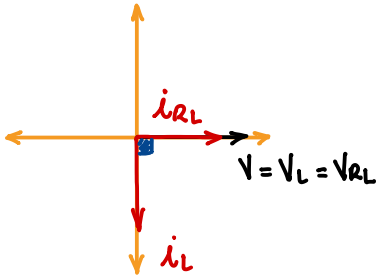
Tyrone Villavicencio
+593991310689

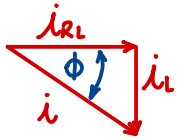
En la figura se muestra una resistencia de carga R_L = 20 Ω, conectada a un filtro pasa-alto que consiste de un inductor L = 3.20 mH y una resistencia R = 4.00 Ω. La salida del generador de corriente alterna ideal esta dado por $\varepsilon = (100\,V)\,cos(2\pi f t)$. Encuentre Las corrientes rms en las 3 ramas del circuito si la frecuencia del generador es 500 Hz.

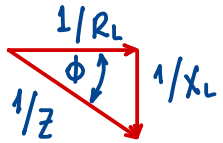


$X_L = \omega L = 2\pi(500)(3.2\times10^{-3}) = 10.05\ \Omega$

Diagrama de fasores (Paralelo)







$$i^2 = i_{R_L}^2 + i_L^2$$

$$\left(\frac{V}{Z}\right)^2 = \left(\frac{V}{R_L}\right)^2 + \left(\frac{V}{X_L}\right)^2$$

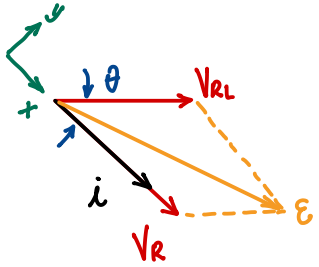
$$\frac{1}{Z^2} = \frac{1}{R_L^2} + \frac{1}{X_L^2}$$

$$\frac{1}{Z^2} = \frac{1}{20^2} + \frac{1}{10.05^2}$$

$$Z = 8.98\ \Omega$$

$$sen\phi = \frac{1/X_L}{1/Z} = \frac{Z}{X_L}$$

$$sen\phi = \frac{8.98}{10.05} \rightarrow \phi = 63.32°$$



$$\bar{\varepsilon} = \bar{V}_z + \bar{V}_R$$

$$i\bar{Z}_{eq} = i\bar{Z} + i\bar{R}$$

$$\bar{Z}_{eq} = 8.98(\cos 63.32°\,\hat{i} + sen\,63.32°\,\hat{j}) + 4\,\hat{i}$$

$$\bar{Z}_{eq} = 8.032\,\hat{i} + 8.024\,\hat{j}$$

$$\bar{Z}_{eq} = 11.3532\ \Omega$$

$$i_{rms} = \frac{\varepsilon_{rms}}{Z_{eq}} = \frac{100/\sqrt{2}}{11.3532} = 6.23\ A$$

$$V_{rms} = I_{rms}\,Z = (6.23)(8.98) = 55.98\ V$$

$$i_{rms} = \frac{V_{rms}}{R_L} = \frac{55.98}{20} = 2.8\ A$$

$$i_{rms} = \frac{V_{rms}}{X_L} = \frac{55.98}{10.05} = 5.57\ A$$

Resolución en video

Tyrone Villavicencio
+593991310689